

## **Gestión Financiera.**

### **7 > Operaciones de constitución. Préstamos**

Juan Carlos Mira Navarro

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución

### 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación

- Clasificación

### 3 Préstamos amortizables con reembolso único

- Reembolso único
- Reembolso único con fondo de amortización
- Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
- Préstamo americano
- Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»

### 4 Préstamo francés

- Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
- Capital amortizado, cuotas de interés
- El cuadro de amortización

### 5 Tanto efectivo para el prestatario

### 6 Amortización con términos variables

- En progresión geométrica
- En progresión aritmética

### 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano

### 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

### 9 Amortización con intereses fraccionados

### 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

### 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad

- Caso particular. La fórmula de Achard
- Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

### 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

### 13 Gestión Financiera

# Operación de constitución

Es una operación compuesta de prestación múltiple de  $a_1, a_2, \dots, a_n$  y contraprestación única  $C_n$ , siendo el vencimiento de la contraprestación igual o posterior al último vencimiento de la prestación.

Se utiliza para instrumentar operaciones de ahorro como los fondos de inversión en sus diversas modalidades, los planes de ahorro, cuyo objeto es fomentar el ahorro de los particulares y los planes de pensiones.

En muchas ocasiones, el capital constituido en vez de recibirse de una sola vez en el momento de la jubilación, se sustituye por una renta temporal o vitalicia.

Versión imprimible

## Operación de constitución. Elementos de la constitución

Es usual concertar la operación con una ley de capitalización (compuesta) y con periodos uniformes (meses, trimestres, . . .). Lo habitual será obtener el cálculo de las imposiciones si el objetivo es obtener una cuantía determinada  $C_s$  o determinar el capital formado  $C_s$  al final de  $s$  periodos. En resumen, los elementos que intervienen en las operaciones de constitución, son los siguientes:

$C_n$	=	cuantía del capital a formar o contraprestación,
$a_1, a_2, \dots, a_s$	=	cuantía de la imposición, <i>anualidades</i> , <i>mensualidades</i> , etc. al principio del periodo $s$ ,
$n$	=	número de períodos,
$i$	=	tasa o tipo de interés,
$I_s$	=	cuotas de interés de cada período,
$\Delta_s$	=	cuota de constitución del periodo $s$ ,
$C_s$	=	cuantía del capital formado al final del momento $s$ ,
$K_s$	=	cuantía del capital pendiente de formación al final del año $s$ .

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

Se denomina también método progresivo. Es el método más frecuentemente usado y consiste en constituir un capital mediante pagos de igual cuantía  $a$  al principio de cada periodo y durante  $n$ , con rédito periodal  $i$  constante, para obtener la cuantía final  $C_n$ .

Responde por tanto a la hipótesis:

$$\begin{aligned}a_1 &= a_2 = \cdots = a_n = a \\ i_1 &= i_2 = \cdots = i_n = i\end{aligned}$$

La equivalencia financiera, viene dada por:

$$C_n = a \ddot{s}_{\overline{n}|i} = a(1+i) s_{\overline{n}|i} \quad (1)$$

$$a = \frac{C_n}{\ddot{s}_{\overline{n}|i}} \quad (2)$$



## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

Al final del periodo  $s$ , la cuantía obtenida utilizando el método retrospectivo, sería:

$$C_s = a \ddot{s}_{s|i} = C_n \frac{s_{s|i}}{s_{n|i}}$$

El capital pendiente de constitución al final del periodo  $s$ , viene dado por,

$$K_s = C_n - C_s = C_n \left( 1 - \frac{s_{s|i}}{s_{n|i}} \right) = K_{s-1} - \Delta_s$$

Los intereses de cada periodo, pueden obtenerse como,

$$I_s = \Delta_s - a = (C_{s-1} + a)i$$

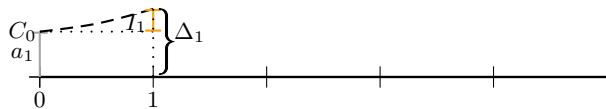
y las cuotas de constitución son la suma de las aportaciones más los intereses,

$$\Delta_s = a_s + I_s \qquad \Delta_s = \Delta_1 (1 + i)^{s-1}$$

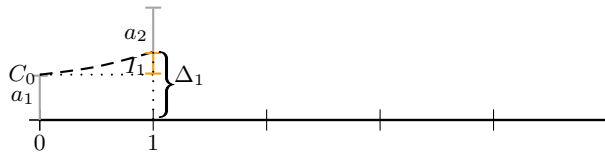
que hará que se cumpla la relación,

$$C_s = C_{s-1} + \Delta_s = \sum_{r=1}^s \Delta_r$$

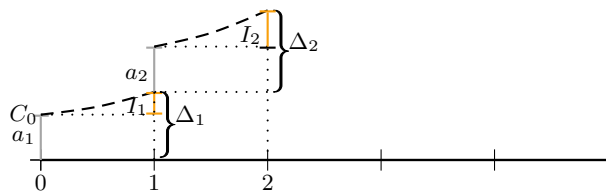
# Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes



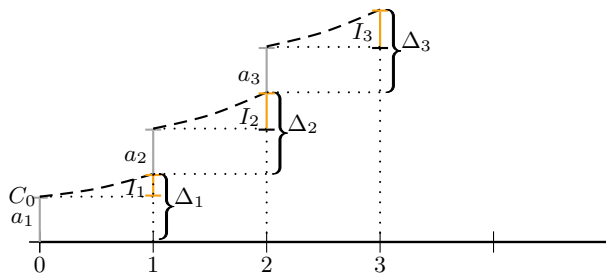
# Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes



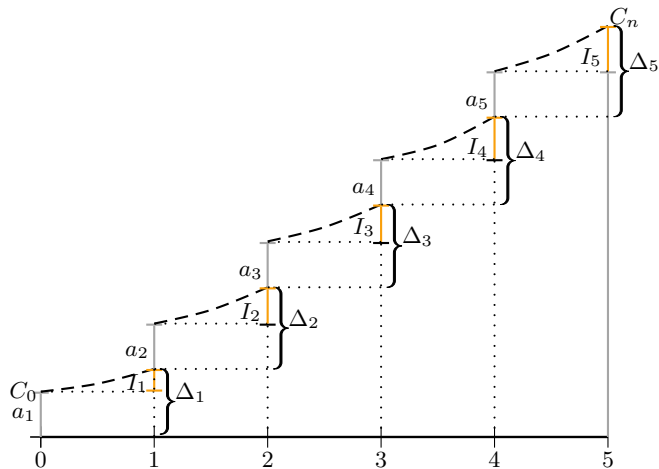
# Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes



# Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes



# Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes



## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

El cuadro de constitución se realizaría del siguiente modo:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Constitución $\Delta_s$	Constituido $C_s$	Pendiente $K_s$ $K_0$
0					
1	$a = \frac{C_n}{\ddot{s}_{n i}}$				

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

El cuadro de constitución se realizaría del siguiente modo:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Constitución $\Delta_s$	Constituido $C_s$	Pendiente $K_s$ $K_0$
0					
1	$a = \frac{C_n}{s_{\overline{n} i}}$	$I_1 = a i$			

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

El cuadro de constitución se realizaría del siguiente modo:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Constitución $\Delta_s$	Constituido $C_s$	Pendiente $K_s$
0					$K_0$
1	$a = \frac{C_n}{s_{\overline{n} i}}$	$I_1 = a i$	$\Delta_1 = a + I_1$		

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

El cuadro de constitución se realizaría del siguiente modo:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Constitución $\Delta_s$	Constituido $C_s$	Pendiente $K_s$ $K_0$
0					
1	$a = \frac{C_n}{s_{\overline{n} i}}$	$I_1 = a i$	$\Delta_1 = a + I_1$	$C_1 = \Delta_1$	

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

El cuadro de constitución se realizaría del siguiente modo:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Constitución $\Delta_s$	Constituido $C_s$	Pendiente $K_s$
0					$K_0$
1	$a = \frac{C_n}{s_{\overline{n} i}}$	$I_1 = a i$	$\Delta_1 = a + I_1$	$C_1 = \Delta_1$	$K_1 = K_0 - \Delta_1$

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

El cuadro de constitución se realizaría del siguiente modo:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Constitución $\Delta_s$	Constituido $C_s$	Pendiente $K_s$
0					$K_0$
1	$a = \frac{C_n}{\ddot{s}_{\overline{n} i}}$	$I_1 = a i$	$\Delta_1 = a + I_1$	$C_1 = \Delta_1$	$K_1 = K_0 - \Delta_1$
2	$a = \frac{C_n}{\ddot{s}_{\overline{n} i}}$	$I_2 = (C_1 + a) i$	$\Delta_2 = a + I_2$	$C_2 = C_1 + \Delta_2$	$K_2 = K_1 - \Delta_2$

# Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

El cuadro de constitución se realizaría del siguiente modo:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Constitución $\Delta_s$	Constituido $C_s$	Pendiente $K_s$
0					$K_0$
1	$a = \frac{C_n}{\ddot{s}_{\overline{n} i}}$	$I_1 = a i$	$\Delta_1 = a + I_1$	$C_1 = \Delta_1$	$K_1 = K_0 - \Delta_1$
2	$a = \frac{C_n}{\ddot{s}_{\overline{n} i}}$	$I_2 = (C_1 + a) i$	$\Delta_2 = a + I_2$	$C_2 = C_1 + \Delta_2$	$K_2 = K_1 - \Delta_2$
⋮					
⋮					
s	$a = \frac{C_n}{\ddot{s}_{\overline{n} i}}$	$I_s = (C_{s-1} + a) i$	$\Delta_s = a + I_s$	$C_s = C_{s-1} + \Delta_s$	$K_s = K_{s-1} - \Delta_s$
⋮					
⋮					
n	$a = \frac{C_n}{\ddot{s}_{\overline{n} i}}$	$I_n = (C_{n-1} + a) i$	$\Delta_n = a + I_n$	$C_n = C_{n-1} + \Delta_n$	$K_n = K_{n-1} - \Delta_n$ $K_n = 0$

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

Queremos constituir un plan de pensiones con aportaciones periódicas anuales de 1 200 € para formar un capital en el momento de la jubilación. Si el tipo de interés es del 4 %, obtener:

- la cuantía final obtenida dentro de 35 años,
- el cuadro de constitución de los 3 primeros años, y
- la cantidad a imponer para obtener un montante final de 110 000 €.

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

Queremos constituir un plan de pensiones con aportaciones periódicas anuales de 1 200 € para formar un capital en el momento de la jubilación. Si el tipo de interés es del 4 %, obtener:

- la cuantía final obtenida dentro de 35 años,
- el cuadro de constitución de los 3 primeros años, y
- la cantidad a imponer para obtener un montante final de 110 000 €.

Para obtener el capital o montante final,

$$C_n = a \ddot{s}_{\overline{n}|i} \quad C_n = 1\,200 \ddot{s}_{\overline{35}|0,04} = 91\,917,98$$

Si utilizamos la calculadora financiera,  $C_n$

35  4  0  1200    obteniendo 91 917,98

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

Queremos constituir un plan de pensiones con aportaciones periódicas anuales de 1 200 € para formar un capital en el momento de la jubilación. Si el tipo de interés es del 4 %, obtener:

- la cuantía final obtenida dentro de 35 años,
- el cuadro de constitución de los 3 primeros años, y
- la cantidad a imponer para obtener un montante final de 110 000 €.

Para obtener el capital o montante final,

$$C_n = a \ddot{s}_{\overline{n}|i} \quad C_n = 1\,200 \ddot{s}_{\overline{35}|0,04} = 91\,917,98$$

Si utilizamos la calculadora financiera,  $C_n$

35  4  0  1200    obteniendo 91 917,98

El cuadro correspondiente a los tres primeros períodos lo realizamos según el modelo.

$n$	$a$	$I_s$	$\Delta_s$	$C_s$	$K_s$
0					91 917,98
1	1 200	48,00	1 248,00	1 248,00	90 669,98
2	1 200	97,92	1 297,92	2 545,92	89 372,06
3	1 200	149,84	1 349,84	3 895,76	88 022,22
⋮					
⋮					

## Operación de constitución. Constitución de un capital mediante imposiciones constantes

Utilizando la ecuación general,

$$C_n = a \ddot{s}_{\overline{35}|0,04} \quad 110\,000 = a \ddot{s}_{\overline{35}|0,04} \quad a = \frac{110\,000}{76,598314} = 1\,436,06$$

Con la calculadora financiera,

35  4  0  110000   obteniendo 1 436,06

1 Operación de constitución. Elementos de la constitución

2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación

- Clasificación

3 Préstamos amortizables con reembolso único

- Reembolso único
- Reembolso único con fondo de amortización
- Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
- Préstamo americano
- Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»

4 Préstamo francés

- Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
- Capital amortizado, cuotas de interés
- El cuadro de amortización

5 Tanto efectivo para el prestatario

6 Amortización con términos variables

- En progresión geométrica
- En progresión aritmética

7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano

8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

9 Amortización con intereses fraccionados

10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad

- Caso particular. La fórmula de Achard
- Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

13 Gestión Financiera

## Préstamos: conceptos básicos. Clasificación

Un *préstamo*, es la operación financiera que consiste en la entrega, por parte de una persona (*prestamista*), de una cantidad de dinero,  $C_0$ , a otra (*prestatario*), quien se compromete a devolver dicha cantidad y satisfacer los intereses correspondientes en los plazos y forma acordados.

Se denomina *amortización* de un préstamo a la devolución o reembolso, por parte del prestatario, del importe del préstamo,  $C_0$ , junto con el pago de los intereses que va generando, en los plazos convenidos.

La operación de préstamo, así conformada, cumple el postulado de *equivalencia financiera* entre la cantidad entregada por el prestamista y la contraprestación múltiple del prestatario, en cualquier instante de tiempo.

## Préstamos: conceptos básicos. Clasificación

Los elementos que intervienen en las operaciones de préstamo, son:

$C_0$  = capital o importe del préstamo,

$a_1, a_2, \dots, a_n$  = términos amortizativos. Se denominan *anualidades*, *mensualidades*, etc. y normalmente se forman de una cantidad destinada a la amortización  $A_s$  y otra al pago de intereses  $I_s$ .  $a_s = A_s + I_s$ ,

$n$  = tiempo o vida de duración de la operación del préstamo.  $n_0$  es el origen de la operación,

$i$  = tipo de interés. Puede ser constante o variable,

$A_s$  = cuotas de amortización o de capital de cada uno de los períodos,

$I_s$  = cuotas de interés de cada período,

$M_s$  = cantidades de capital amortizado al final de cada período. Total amortizado.  $M_s = \sum_{s=1}^s A_s$ ,

$C_s$  = capital pendiente de amortizar.  $C_s = C_0 - M_s$ .

## Préstamos: conceptos básicos. Clasificación

El tipo de interés  $i$  de un préstamo, puede diferir por:

- El *riesgo de la operación*. Cuando se concede un préstamo, siempre existe el riesgo de que éste no se recupere.
- La *garantía que ofrezca el solicitante del préstamo*. Los préstamos suelen demandar algún tipo de garantía; por ejemplo, en el caso del préstamo hipotecario, el prestamista tiene como garantía la propiedad del solicitante.
- El *periodo para el que se concede el préstamo*. Dependiendo del periodo por el que se concede el préstamo, variará el tipo de interés. Si es a largo plazo, conllevará un tipo más alto que si es a corto plazo.

# Préstamos: conceptos básicos. Clasificación

El tipo de interés  $i$  de un préstamo, puede diferir por:

- El *riesgo de la operación*. Cuando se concede un préstamo, siempre existe el riesgo de que éste no se recupere.
- La *garantía que ofrezca el solicitante del préstamo*. Los préstamos suelen demandar algún tipo de garantía; por ejemplo, en el caso del préstamo hipotecario, el prestamista tiene como garantía la propiedad del solicitante.
- El *periodo para el que se concede el préstamo*. Dependiendo del periodo por el que se concede el préstamo, variará el tipo de interés. Si es a largo plazo, conllevará un tipo más alto que si es a corto plazo.

Tiene tres componentes:

- 1 El *tipo puro*, que es la remuneración que se exigirá por renunciar al consumo.
- 2 Una *prima de riesgo*, que se añade al tipo puro para compensar el riesgo que conlleva el préstamo.
- 3 Una *prima de inflación* con la que el prestamista trata de asegurarse que la rentabilidad que obtiene cubre el riesgo puro y la prima de riesgo.

# Préstamos: conceptos básicos. Clasificación. Clasificación

La variedad de préstamos existentes puede agruparse, atendiendo a diferentes criterios. En este contexto y de acuerdo con los objetivos, se sigue el criterio de «amortización».



# Préstamos: conceptos básicos. Clasificación. Clasificación

De acuerdo con el criterio de «amortización» clasificamos los préstamos del siguiente modo:

## 1 Préstamos amortizables con reembolso único

- 1 Reembolso único
- 2 Reembolso único y pago periódico de intereses
- 3 Reembolso único con fondo de amortización

# Préstamos: conceptos básicos. Clasificación. Clasificación

De acuerdo con el criterio de «amortización» clasificamos los préstamos del siguiente modo:

## 1 Préstamos amortizables con reembolso único

- 1 Reembolso único
- 2 Reembolso único y pago periódico de intereses
- 3 Reembolso único con fondo de amortización

## 2 Préstamos amortizables mediante una renta

- 1 Amortización con fondos de amortización
- 2 Amortización por constitución del montante
- 3 Amortización con anualidades constantes: *préstamo francés*
- 4 Amortización con anualidades variables: en progresión aritmética, en progresión geométrica, ...
- 5 Método de cuota constante
- 6 Método alemán

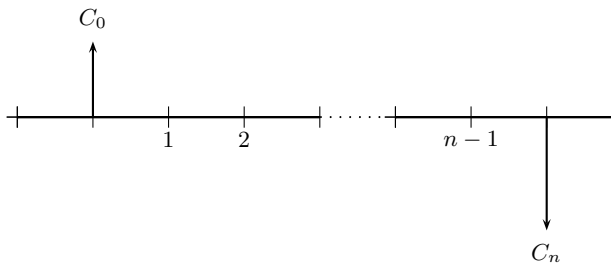
- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

*Reembolso único:* en este caso el préstamo recibido junto con sus intereses se reembolsa de una sola vez.

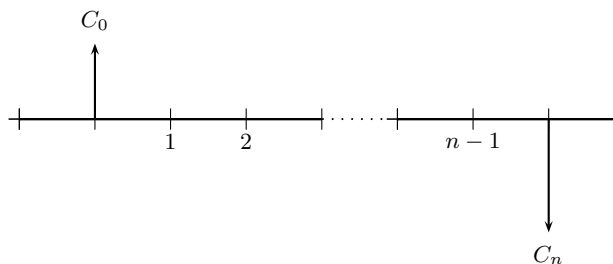
## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

*Reembolso único:* en este caso el préstamo recibido junto con sus intereses se reembolsa de una sola vez.



## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

*Reembolso único:* en este caso el préstamo recibido junto con sus intereses se reembolsa de una sola vez.



$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_{n-1} = 0$$

$$a_n = C_0(1+i)^n$$



## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

Determinar el montante a devolver dentro de 8 años por un préstamo de 50 000€ pactando la operación al 6%.

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

Determinar el montante a devolver dentro de 8 años por un préstamo de 50 000€ pactando la operación al 6%.

$$a_n = C_n = C_0(1 + i)^n \qquad C_n = 50\,000(1 + 0,06)^8 = 79\,692,40$$



## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

Determinar el montante a devolver dentro de 8 años por un préstamo de 50 000€ pactando la operación al 6%.

$$a_n = C_n = C_0(1 + i)^n \qquad C_n = 50\,000(1 + 0,06)^8 = 79\,692,40$$



Un problema que puede surgir en este tipo de préstamos es cuando el deudor o prestatario pretende cancelar total o parcialmente el préstamo de forma anticipada. En este caso, transcurridos  $s$  períodos desde el comienzo de la operación, es usual que el prestamista efectúe operaciones de la misma naturaleza a un tipo de interés  $t$  distinto de  $i$  (tipo de la operación en vigor). El prestatario, tiene que recibir al final  $C_n$  y cualquier deseo de alterar las condiciones iniciales de la operación sólo podrá ser aceptado por el prestamista si, como mínimo, obtiene los rendimientos esperados en su vigente contrato.

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

Por tanto, para *cancelar anticipadamente el préstamo*, al principio del período  $s$ , se exigirá como mínimo la cantidad  $V_s$  tal que se verifique la igualdad:

$$V_s(1+t)^{n-s} = C_n$$

Expresando  $C_n$  en función de  $C_s$ ,

$$V_s(1+t)^{n-s} = C_s(1+i)^{n-s} \qquad V_s = C_s \left( \frac{1+i}{1+t} \right)^{n-s} \qquad (3)$$

■

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

Por tanto, para *cancelar anticipadamente el préstamo*, al principio del período  $s$ , se exigirá como mínimo la cantidad  $V_s$  tal que se verifique la igualdad:

$$V_s(1+t)^{n-s} = C_n$$

Expresando  $C_n$  en función de  $C_s$ ,

$$V_s(1+t)^{n-s} = C_s(1+i)^{n-s} \qquad V_s = C_s \left( \frac{1+i}{1+t} \right)^{n-s} \qquad (3)$$

Si solamente se pretende *reembolsar parcialmente*, entregando una cuantía  $X_s < V_s$ , el nuevo saldo o deuda pendiente será el valor  $C'_s$  que cumpla la ecuación:

$$X_s(1+t)^{n-s} + C'_s(1+t)^{n-s} = C_n = C_s(1+i)^{n-s}$$

de donde,

$$C'_s = C_s \left( \frac{1+i}{1+t} \right)^{n-s} - X_s \qquad C'_s = C_0 \frac{(1+i)^n}{(1+t)^{n-s}} - X_s \qquad (4)$$

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

Determinar para el préstamo anterior el saldo o capital vivo al principio del año quinto y la cantidad a devolver al principio del quinto año si el tanto del prestamista es  $i' = 8\%$ . Obtener igualmente el saldo pendiente en el supuesto de que hiciera una entrega parcial al principio del quinto año de 40 000 €.

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

Determinar para el préstamo anterior el saldo o capital vivo al principio del año quinto y la cantidad a devolver al principio del quinto año si el tanto del prestamista es  $i' = 8\%$ . Obtener igualmente el saldo pendiente en el supuesto de que hiciera una entrega parcial al principio del quinto año de 40 000 €.

$$C_4 = 50\,000(1 + 0,06)^4 = 63\,123,85$$

Utilizando (3), el valor, sería:

$$V_4 = C_4 \left( \frac{1 + 0,06}{1 + 0,08} \right)^{8-4} = 58\,576,30$$

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único

Determinar para el préstamo anterior el saldo o capital vivo al principio del año quinto y la cantidad a devolver al principio del quinto año si el tanto del prestamista es  $i' = 8\%$ . Obtener igualmente el saldo pendiente en el supuesto de que hiciera una entrega parcial al principio del quinto año de 40 000 €.

$$C_4 = 50\,000(1 + 0,06)^4 = 63\,123,85$$

Utilizando (3), el valor, sería:

$$V_4 = C_4 \left( \frac{1 + 0,06}{1 + 0,08} \right)^{8-4} = 58\,576,30$$

Al hacer una entrega parcial, el saldo aplicando (4):

$$C'_4 = 58\,576,30 \left( \frac{1 + 0,06}{1 + 0,08} \right)^{8-4} - 40\,000 = 14\,356,36$$

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único con fondo de amortización. Reembolso único y pago periódico de intereses

*Reembolso único con fondo de amortización:* no se paga ninguna cantidad periódica pero si se constituye un fondo mediante imposiciones de  $F_s$  de tal modo, que al final de la operación el importe constituido sea suficiente para saldar el capital prestado junto con sus intereses.

El capital pendiente de amortizar o reserva matemática en un momento  $s$ , sería:

$$C_s = C_0(1 + i)^s - F s \overline{s|i} \quad (5)$$

■

## Préstamos amortizables con reembolso único. Reembolso único con fondo de amortización. Reembolso único y pago periódico de intereses

*Reembolso único con fondo de amortización:* no se paga ninguna cantidad periódica pero si se constituye un fondo mediante imposiciones de  $F_s$  de tal modo, que al final de la operación el importe constituido sea suficiente para saldar el capital prestado junto con sus intereses.

El capital pendiente de amortizar o reserva matemática en un momento  $s$ , sería:

$$C_s = C_0(1 + i)^s - F s_{\overline{s}|i} \quad (5)$$

■

*Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano:* este tipo de préstamos difiere de la modalidad anterior en que el prestatario que recibe un préstamo  $C$ , está obligado a satisfacer cada año el pago de la cantidad  $C i$ , intereses de su deuda al tanto  $i$ , y reembolsar, mediante un pago único de  $C$  el capital que recibió como préstamo al término del año  $n$ .

## Préstamos amortizables con reembolso único. Préstamo americano

En este caso particular, el préstamo recibido se reembolsa de una sola vez, pero al final del periodo se pagan los intereses generados:

$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_{n-1} = C_0 i \qquad a_n = C_0 + C_0 i$$

Expresado de otra forma, recibe el nombre de amortización americana cuando son nulas las  $n - 1$  primeras cuotas de amortización e igual a  $C_0$  la última, o sea:

$$A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_{n-1} = 0 \qquad A_n = C_0$$

Los intereses, en consecuencia, serán:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n = C_0 i$$



## Préstamos amortizables con reembolso único. Préstamo americano

En este caso particular, el préstamo recibido se reembolsa de una sola vez, pero al final del periodo se pagan los intereses generados:

$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_{n-1} = C_0 i \qquad a_n = C_0 + C_0 i$$

Expresado de otra forma, recibe el nombre de amortización americana cuando son nulas las  $n - 1$  primeras cuotas de amortización e igual a  $C_0$  la última, o sea:

$$A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_{n-1} = 0 \qquad A_n = C_0$$

Los intereses, en consecuencia, serán:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n = C_0 i$$

■

Determinar las variables de un préstamo de 200 000 € por el sistema americano si  $i = 8\%$  y tiene una duración de 10 años.

## Préstamos amortizables con reembolso único. Préstamo americano

En este caso particular, el préstamo recibido se reembolsa de una sola vez, pero al final del periodo se pagan los intereses generados:

$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_{n-1} = C_0 i \qquad a_n = C_0 + C_0 i$$

Expresado de otra forma, recibe el nombre de amortización americana cuando son nulas las  $n - 1$  primeras cuotas de amortización e igual a  $C_0$  la última, o sea:

$$A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_{n-1} = 0 \qquad A_n = C_0$$

Los intereses, en consecuencia, serán:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n = C_0 i$$



Determinar las variables de un préstamo de 200 000 € por el sistema americano si  $i = 8\%$  y tiene una duración de 10 años.

$$I_1 = I_2 = \dots = I_{10} = 200\,000 \cdot 0,08 = 16\,000$$

$$a_1 = a_2 = \dots = a_9 = C_0 i = 200\,000 \cdot 0,08 = 16\,000$$

$$a_{10} = C_0 + C_0 i = 200\,000 + 16\,000 = 216\,000$$

$$A_1 = A_2 = \dots = A_9 = 0$$

$$A_{10} = C_0 = 200\,000$$

## Préstamos amortizables con reembolso único. Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»

Consiste en suponer que una parte de  $a_s$  se destina al pago de los intereses del capital inicial  $C_0$  y el resto,  $F_s$  llamado *fondo de amortización* se aplica para la constitución del capital tal como hemos visto en (5).

El capital pendiente de amortizar en un instante  $s$  cualquiera, a través del método retrospectivo, vendrá determinado por:

$$C_s = C_0 - F s_{\overline{s}|i} \quad (6)$$

■

## Préstamos amortizables con reembolso único. Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»

Consiste en suponer que una parte de  $a_s$  se destina al pago de los intereses del capital inicial  $C_0$  y el resto,  $F_s$  llamado *fondo de amortización* se aplica para la constitución del capital tal como hemos visto en (5).

El capital pendiente de amortizar en un instante  $s$  cualquiera, a través del método retrospectivo, vendrá determinado por:

$$C_s = C_0 - F s_{\overline{s}|i} \quad (6)$$

■

Calcular el valor de un fondo para amortizar un préstamo americano de 1 000 000 € si  $i = 4\%$  a 5 años.

## Préstamos amortizables con reembolso único. Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»

Consiste en suponer que una parte de  $a_s$  se destina al pago de los intereses del capital inicial  $C_0$  y el resto,  $F_s$  llamado *fondo de amortización* se aplica para la constitución del capital tal como hemos visto en (5).

El capital pendiente de amortizar en un instante  $s$  cualquiera, a través del método retrospectivo, vendrá determinado por:

$$C_s = C_0 - F s_{\overline{s}|i} \quad (6)$$

■

Calcular el valor de un fondo para amortizar un préstamo americano de 1 000 000 € si  $i = 4\%$  a 5 años.

$$F = \frac{C_0}{s_{\overline{s}|i}} = \frac{1\,000\,000}{\frac{(1 + 0,04)^5 - 1}{0,04}} = \frac{1\,000\,000}{5,416323} = 184\,627,10$$

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 **Préstamo francés**
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## Préstamo francés

El *préstamo francés* o de términos amortizativos constantes, se caracteriza porque:

- Los términos amortizativos permanecen constantes, y
- El tanto de valoración permanece constante.

ambos durante toda la vida del préstamo.

# Préstamo francés

El *préstamo francés* o de términos amortizativos constantes, se caracteriza porque:

- Los términos amortizativos permanecen constantes, y
- El tanto de valoración permanece constante.

ambos durante toda la vida del préstamo.

De esta forma, al principio la mayor parte de la cuota son intereses, siendo la cantidad destinada a amortización muy pequeña. Esta proporción va cambiando a medida que el tiempo va transcurriendo.

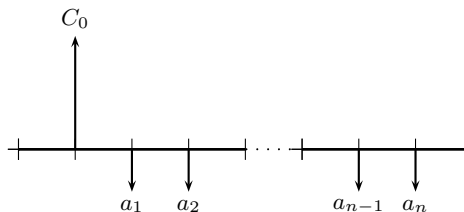
# Préstamo francés

El *préstamo francés* o de términos amortizativos constantes, se caracteriza porque:

- Los términos amortizativos permanecen constantes, y
- El tanto de valoración permanece constante.

ambos durante toda la vida del préstamo.

De esta forma, al principio la mayor parte de la cuota son intereses, siendo la cantidad destinada a amortización muy pequeña. Esta proporción va cambiando a medida que el tiempo va transcurriendo.



## Préstamo francés. Anualidad

En este caso,

$$\begin{aligned}a_1 &= a_2 = \cdots = a_n = a \\ i_1 &= i_2 = \cdots = i_n = i\end{aligned}$$

La *anualidad* se obtiene planteando la equivalencia financiera:

$$\begin{aligned}C_0 &= a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + \cdots + a(1+i)^{-n} \\ C_0 &= a \overline{a_{\overline{n}|i}} \\ a &= \frac{C_0}{\overline{a_{\overline{n}|i}}}\end{aligned}$$



## Préstamo francés. Anualidad

En este caso,

$$\begin{aligned}a_1 &= a_2 = \cdots = a_n = a \\ i_1 &= i_2 = \cdots = i_n = i\end{aligned}$$

La *anualidad* se obtiene planteando la equivalencia financiera:

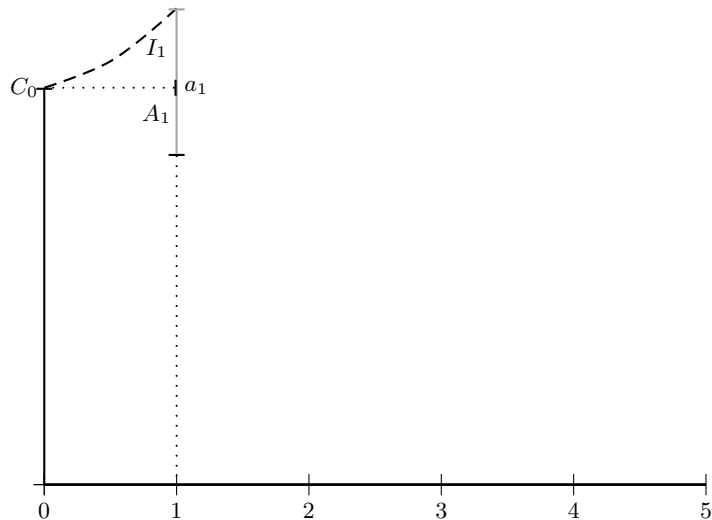
$$\begin{aligned}C_0 &= a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + \cdots + a(1+i)^{-n} \\ C_0 &= a \overline{a_{\overline{n}|i}} \\ a &= \frac{C_0}{\overline{a_{\overline{n}|i}}}\end{aligned}$$



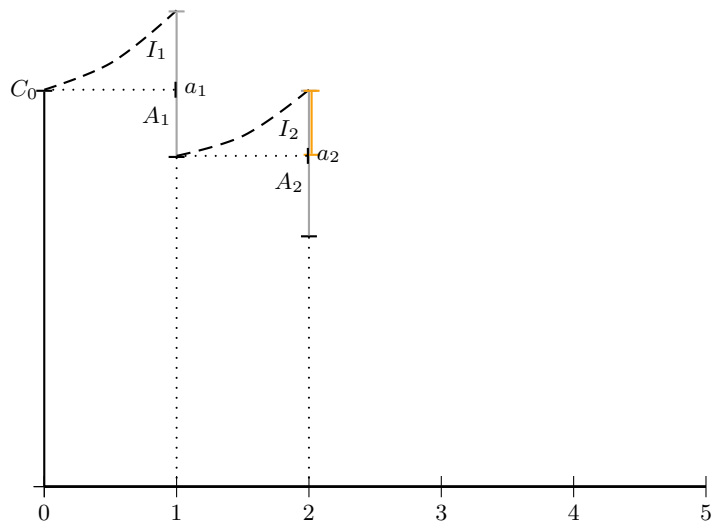
Los términos amortizativos, anualidades, se descomponen en dos partes: cuota de amortización y cuota de interés. De este modo:

$$a = A_s + I_s$$

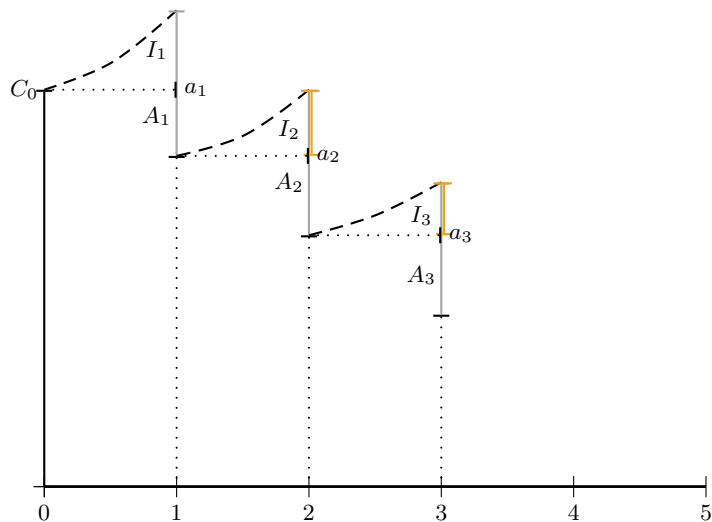
# Préstamo francés. Anualidad



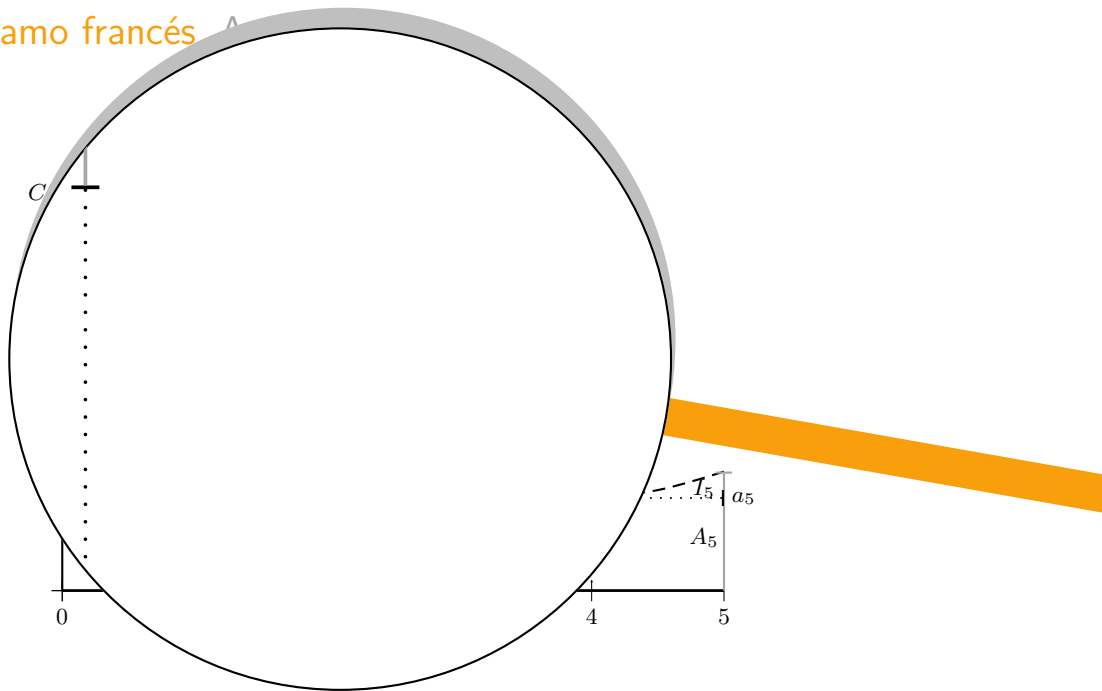
# Préstamo francés. Anualidad



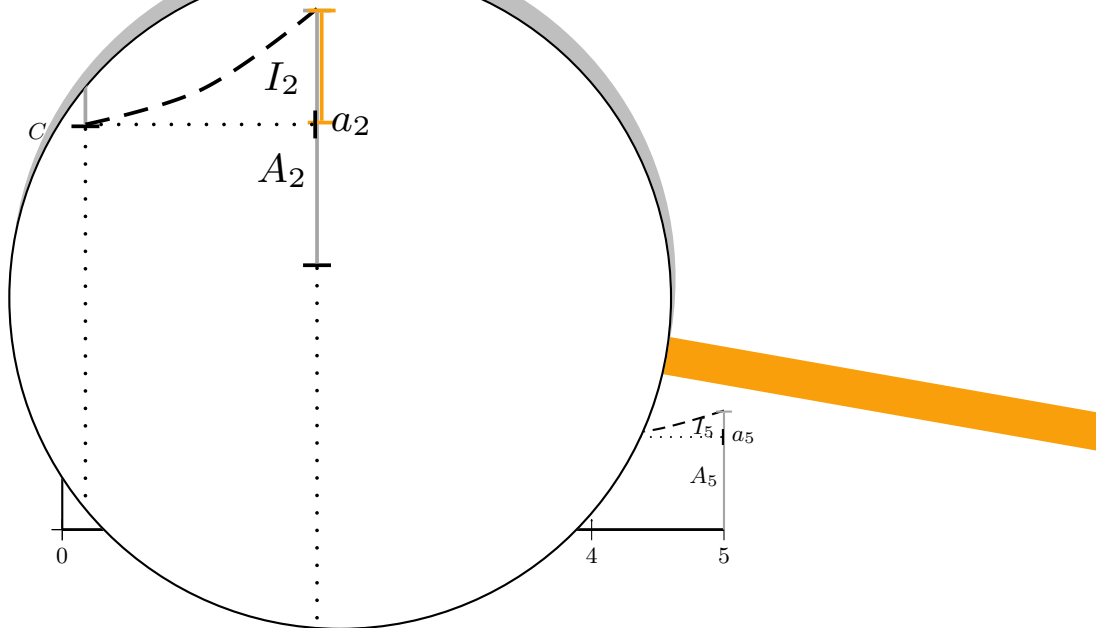
# Préstamo francés. Anualidad



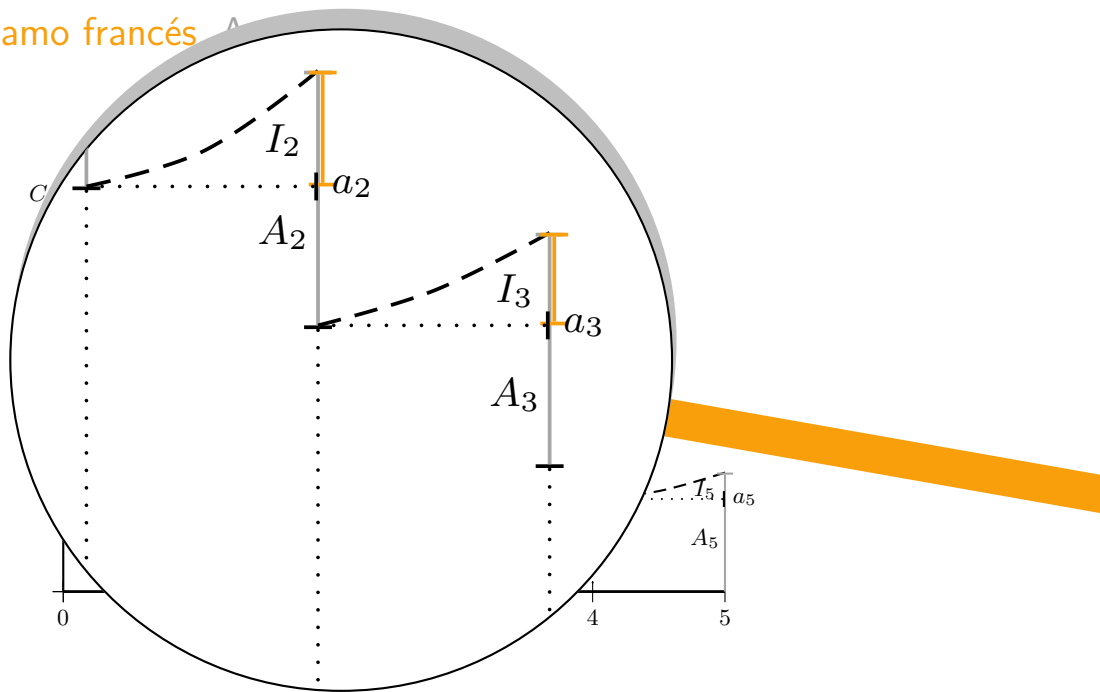
# Préstamo francés



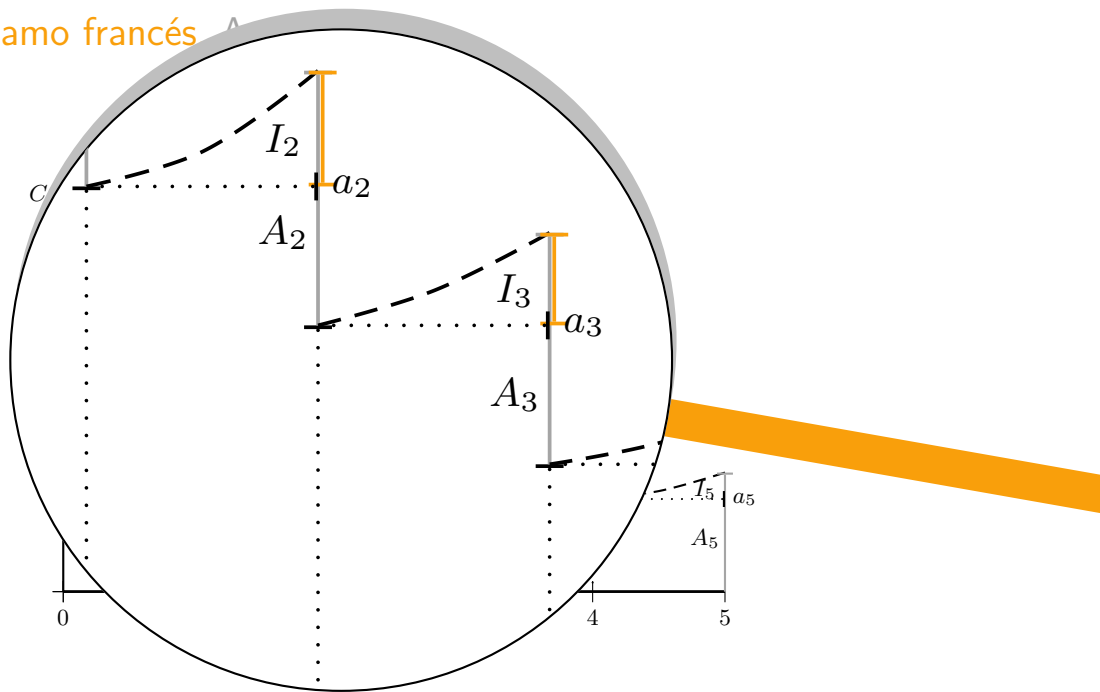
# Préstamo francés



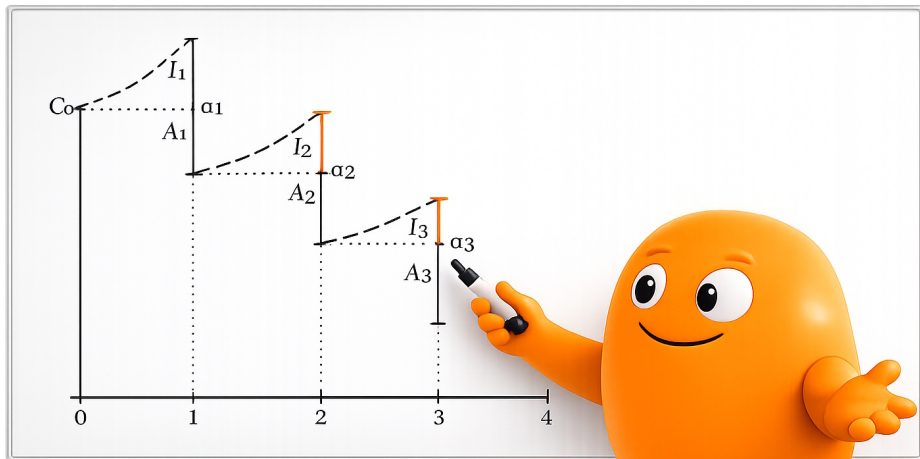
# Préstamo francés



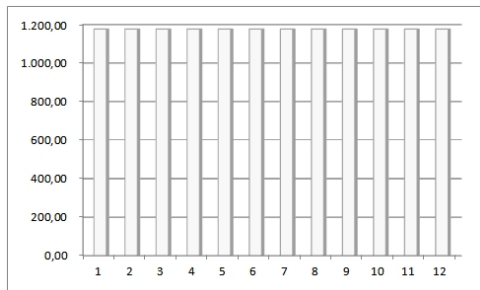
# Préstamo francés



# Préstamo francés. Anualidad

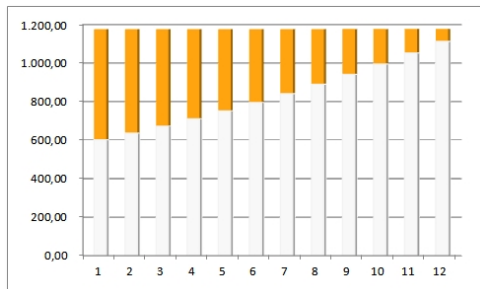


## Préstamo francés. Anualidad



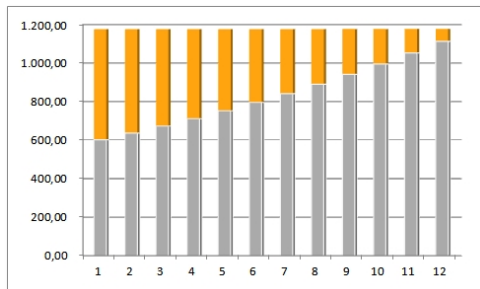
- Las *anualidades* son todas iguales.

## Préstamo francés. Anualidad



- Las *anualidades* son todas iguales.
- Los *intereses* de cada período, van disminuyendo para cada anualidad.

## Préstamo francés. Anualidad



- Las *anualidades* son todas iguales.
- Los *intereses* de cada período, van disminuyendo para cada anualidad.
- Las *cuotas de amortización* de cada período, van incrementándose.

## Préstamo francés. Capital pendiente

El *capital pendiente* o *reserva matemática*, puede obtenerse por:

*Método retrospectivo*: Diferencia entre el importe del préstamo y las anualidades pagadas o vencidas:

$$C_s = C_0(1 + i)^s - a s \overline{v}|i \quad (7)$$

## Préstamo francés. Capital pendiente

El *capital pendiente* o *reserva matemática*, puede obtenerse por:

*Método retrospectivo*: Diferencia entre el importe del préstamo y las anualidades pagadas o vencidas:

$$C_s = C_0(1 + i)^s - a s \overline{v}|i \quad (7)$$

*Método prospectivo*: El capital pendiente es el valor actual de las anualidades pendientes de pago o futuras:

$$C_s = a a_{\overline{n-s}|i} \quad (8)$$

## Préstamo francés. Capital pendiente

El *capital pendiente* o *reserva matemática*, puede obtenerse por:

*Método retrospectivo*: Diferencia entre el importe del préstamo y las anualidades pagadas o vencidas:

$$C_s = C_0(1 + i)^s - a s \overline{s|i} \quad (7)$$

*Método prospectivo*: El capital pendiente es el valor actual de las anualidades pendientes de pago o futuras:

$$C_s = a a_{\overline{n-s|i}} \quad (8)$$

*Método recurrente*: Se calcula como diferencia entre reserva matemática y la anualidad correspondiente:

$$C_s = C_{s-1}(1 + i) - a \quad (9)$$

■

## Préstamo francés. Cuotas de amortización

Las *cuotas de amortización* varían en progresión geométrica de razón  $(1 + i)$ .

$$\begin{aligned} \text{En } s: \quad C_s &= C_{s-1}(1 + i) - a \\ \text{En } s + 1: \quad C_{s+1} &= C_s(1 + i) - a \\ \underbrace{C_s - C_{s+1}}_{A_{s+1}} &= \underbrace{(C_{s+1} - C_s)}_{A_s}(1 + i) \end{aligned}$$

## Préstamo francés. Cuotas de amortización

Las *cuotas de amortización* varían en progresión geométrica de razón  $(1 + i)$ .

$$\begin{aligned} \text{En } s: \quad C_s &= C_{s-1}(1 + i) - a \\ \text{En } s + 1: \quad C_{s+1} &= C_s(1 + i) - a \\ \underbrace{C_s - C_{s+1}}_{A_{s+1}} &= \underbrace{(C_{s+1} - C_s)}_{A_s}(1 + i) \end{aligned}$$

por tanto,

$$\begin{aligned} A_{s+1} &= A_s(1 + i) \\ A_{s+1} &= A_1(1 + i)^s \\ A_s &= A_1(1 + i)^{s-1} \end{aligned} \tag{10}$$

## Préstamo francés. Cuotas de amortización

Las *cuotas de amortización* varían en progresión geométrica de razón  $(1 + i)$ .

$$\begin{aligned} \text{En } s: \quad C_s &= C_{s-1}(1 + i) - a \\ \text{En } s + 1: \quad C_{s+1} &= C_s(1 + i) - a \\ \underbrace{C_s - C_{s+1}}_{A_{s+1}} &= \underbrace{(C_{s+1} - C_s)}_{A_s}(1 + i) \end{aligned}$$

por tanto,

$$\begin{aligned} A_{s+1} &= A_s(1 + i) \\ A_{s+1} &= A_1(1 + i)^s \\ A_s &= A_1(1 + i)^{s-1} \end{aligned} \tag{10}$$

A través de la anualidad,

$$a = A_1 + I_1 \qquad I_1 = C_0 i \qquad A_1 = a - C_0 i$$

## Préstamo francés. Cuotas de amortización

A través de  $C_0$

$$C_0 = A_1 \underbrace{(1 + (1+i) + \cdots + (1+i)^{n-1})}_{s_{\overline{n}|i}} = A_1 s_{\overline{n}|i}$$

Despejando  $A_1$ :

$$A_1 = \frac{C_0}{s_{\overline{n}|i}}$$

■

## Préstamo francés. Capital amortizado, cuotas de interés

### Capital amortizado, cuotas de interés

El *capital amortizado* viene determinado por la suma de las cuotas de amortización practicadas hasta ese momento:

$$M_s = A_1 + A_2 + \cdots + A_s = \sum_{h=1}^s A_h$$

$$M_s = A_1 + A_1(1+i) + A_1(1+i)^2 + \cdots + A_1(1+i)^{s-1} = A_1 s_{\overline{s}|i} = C_0 \frac{s_{\overline{s}|i}}{s_{\overline{n}|i}}$$

$$M_s = C_0 \frac{s_{\overline{s}|i}}{s_{\overline{n}|i}}$$



## Préstamo francés. Capital amortizado, cuotas de interés

### Capital amortizado, cuotas de interés

El *capital amortizado* viene determinado por la suma de las cuotas de amortización practicadas hasta ese momento:

$$M_s = A_1 + A_2 + \cdots + A_s = \sum_{h=1}^s A_h$$

$$M_s = A_1 + A_1(1+i) + A_1(1+i)^2 + \cdots + A_1(1+i)^{s-1} = A_1 s_{\overline{s}|i} = C_0 \frac{s_{\overline{s}|i}}{s_{\overline{n}|i}}$$

$$M_s = C_0 \frac{s_{\overline{s}|i}}{s_{\overline{n}|i}}$$

La *cuota de interés* se obtiene como diferencia:

$$I_s = a - A_s$$

o por el producto:

$$I_s = C_{s-1} i$$

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$
1	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$				

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$
1	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_1 = C_0 i$			

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$
1	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_1 = C_0 i$	$A_1 = a - I_1$		

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$
1	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_1 = C_0 i$	$A_1 = a - I_1$	$M_1 = A_1$	

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$
1	$a = \frac{C_0}{a\overline{n} i}$	$I_1 = C_0 i$	$A_1 = a - I_1$	$M_1 = A_1$	$C_1 = C_0 - M_1$

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$
1	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_1 = C_0 i$	$A_1 = a - I_1$	$M_1 = A_1$	$C_1 = C_0 - M_1$
2	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_2 = C_1 i$	$A_2 = a - I_2$	$M_2 = M_1 + A_2$	$C_2 = C_0 - M_2$

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$
1	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_1 = C_0 i$	$A_1 = a - I_1$	$M_1 = A_1$	$C_1 = C_0 - M_1$
2	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_2 = C_1 i$	$A_2 = a - I_2$	$M_2 = M_1 + A_2$	$C_2 = C_0 - M_2$
⋮					
s	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_s = C_{s-1} i$	$A_s = a - I_s$	$M_s = M_{s-1} + A_s$	$C_s = C_0 - M_s$

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

El cálculo del cuadro de amortización se realiza de la siguiente forma:

Per $n$	Término $a$	Intereses $I_s$	Amortizado $A_s$	Acumulado $M_s$	Pendiente $C_s$
0					$C_0$
1	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_1 = C_0 i$	$A_1 = a - I_1$	$M_1 = A_1$	$C_1 = C_0 - M_1$
2	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_2 = C_1 i$	$A_2 = a - I_2$	$M_2 = M_1 + A_2$	$C_2 = C_0 - M_2$
⋮					
s	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_s = C_{s-1} i$	$A_s = a - I_s$	$M_s = M_{s-1} + A_s$	$C_s = C_0 - M_s$
⋮					
n	$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n} i}}$	$I_n = C_{n-1} i$	$A_n = a - I_n$ $A_n = C_{n-1}$	$M_n = M_{n-1} + A_n$ $M_n = C_0$	$C_n = C_0 - M_n$ $C_n = 0$

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

Se solicita un préstamo hipotecario de 50 000 € a pagar en 30 años mediante cuotas mensuales y a una tasa de interés nominal anual del 9 %, determinar:

- la cuantía de los términos amortizativos (mensualidad),
- cuadro de amortización de los 4 primeros términos,
- intereses pagados en el término 240,
- capital amortizado en los 5 primeros años.

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

Se solicita un préstamo hipotecario de 50 000 € a pagar en 30 años mediante cuotas mensuales y a una tasa de interés nominal anual del 9 %, determinar:

- la cuantía de los términos amortizativos (mensualidad),
- cuadro de amortización de los 4 primeros términos,
- intereses pagados en el término 240,
- capital amortizado en los 5 primeros años.

Para la obtención del término amortizativo,

$$a = \frac{C_0}{a_{\overline{n}|m}|i_m} \qquad a = \frac{50\,000}{a_{\overline{360}|10}|0,0075} = 402,31$$

La confección del cuadro, la realizamos siguiendo el modelo,

$n$	$a$	$I_s$	$A_s$	$M_s$	$C_s$
0					50 000,00
1	402,31	375,00	27,31	27,31	49 972,69
2	402,31	374,80	27,51	54,82	49 945,18
3	402,31	374,59	27,72	82,54	49 917,46
4	402,31	374,38	27,93	110,47	49 889,53
⋮					

## Préstamo francés. El cuadro de amortización

Los intereses pagados en el término 240, obteniéndolos por el método retrospectivo,

$$I_s = C_{s-1} i \quad I_{240} = C_{239} i$$

$$C_s = C_0(1+i)^s - a s \overline{s}i \quad C_{239} = 50\,000(1+0,0075)^{239} - 402,31 s_{\overline{239}|0,0075}$$

$$C_{239} = 31\,922,90 \quad I_{240} = 31\,922,90 \cdot 0,0075 = 239,42$$

El capital amortizado en los primeros 5 años, es:

$$M_{60} = C_0 - C_{60} \quad C_{60} = 50\,000(1+0,0075)^{60} - 402,31 s_{\overline{60}|0,0075}$$

$$M_{60} = 50\,000 - 47\,940,17 = 2\,059,83$$



# Préstamo francés. El cuadro de amortización

En una hoja de cálculo, definiríamos el cuadro de la siguiente forma:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Período	Término	Intereses	Amortizaci3n	Acumulado	Pendiente
1					10 000,00
2	1	1.176,48	540,42	601,48	9 398,52
3	2	1.176,48	540,42	1 237,54	8 762,46
4	3	1.176,48	503,84	1 910,17	8 089,83
5	4	1.176,48	465,17	2 621,49	7 378,51
6	5	1.176,48	424,26	3 373,70	6 626,30
7	6	1.176,48	381,01	4 169,16	5 830,84
8	7	1.176,48	335,27	5 010,37	4 989,63
9	8	1.176,48	286,90	5 899,94	4 100,06
10	9	1.176,48	235,75	6 840,66	3 159,34
11	10	1.176,48	181,66	7 835,48	2 164,52
12	11	1.176,48	124,46	8 887,49	1 112,51
13	12	1.176,48	63,97	10 000,00	-0,00

# Préstamo francés. El cuadro de amortización

En una hoja de cálculo, definiríamos el cuadro de la siguiente forma:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Período	Término	Intereses	Amortizaciór Acumulado	Pendiente
1	1	1.176,48	601,48	9.398,52
2	2	1.176,48	1.237,54	8.762,46
3	3	1.176,48	1.910,17	8.089,83
4	4	1.176,48	2.621,49	7.378,51
5	5	1.176,48	3.373,70	6.626,30
6	6	1.176,48	4.169,16	5.830,84
7	7	1.176,48	5.010,37	4.989,63
8	8	1.176,48	5.899,94	4.100,06
9	9	1.176,48	6.840,66	3.159,34
10	10	1.176,48	7.835,48	2.164,52
11	11	1.176,48	8.887,49	1.112,51
12	12	1.176,48	10.000,00	-0,00

# Préstamo francés. El cuadro de amortización

En una hoja de cálculo, definiríamos el cuadro de la siguiente forma:

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled 'mof.xlsx - Excel'. The ribbon includes 'ARCHIVO', 'INICIO', 'INSERTAR', 'DISEÑO DE PÁGINA', 'FÓRMULAS', 'DATOS', 'REVISAR', 'VISTA', and 'COMPLEMENTOS'. The user's email 'juancarlos@miramegias.com' is visible in the top right. The formula bar shows '=B9-C9'. The spreadsheet data is as follows:

Periodo	Término	Intereses	Amortizaciór Acumulado	Pendiente
1	1.176,48	575,00	601,48	9.398,52
2	1.176,48	540,42	1.237,54	8.762,46
3	1.176,48	503,84	1.910,17	8.089,83
4	1.176,48	465,17	2.621,49	7.378,51
5	1.176,48	424,26	3.373,70	6.626,30
6	1.176,48	381,01	4.169,16	5.830,84
7	1.176,48	335,27	4.912,00	4.989,63
8	1.176,48	286,90	5.599,94	4.100,06
9	1.176,48	235,75	6.240,66	3.159,34
10	1.176,48	181,66	6.835,48	2.164,52
11	1.176,48	124,46	7.387,49	1.112,51
12	1.176,48	63,97	7.895,51	-0,00

# Préstamo francés. El cuadro de amortización

En una hoja de cálculo, definiríamos el cuadro de la siguiente forma:

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "mof.xlsx - Excel" with the following data:

Período	Término	Intereses	Amortización	Acumulado	Pendiente
1	1.176,48	575,00	601,48	1.237,54	9.398,52
2	1.176,48	540,42	636,06	1.910,17	8.089,83
3	1.176,48	503,84	672,64	2.621,49	7.378,51
4	1.176,48	465,17	711,31	3.373,70	6.626,30
5	1.176,48	424,26	752,21	4.169,16	5.830,84
6	1.176,48	381,01	795,46	5.010,37	4.989,63
7	1.176,48	335,27	841,20	5.899,94	4.100,06
8	1.176,48	286,90	889,57	6.840,66	3.159,34
9	1.176,48	235,75	940,72	7.835,48	2.164,52
10	1.176,48	181,66	994,81	8.887,49	1.112,51
11	1.176,48	124,46	1.052,02	10.000,00	-0,00
12	1.176,48	63,97	1.112,51		

The spreadsheet also includes a header section with the following data:

PRÉSTAMO											
Capital	10.000,00										
Interés	5,75%										
Períodos	12										

The formula bar shows the formula `=E8+D9`.

# Préstamo francés. El cuadro de amortización

En una hoja de cálculo, definiríamos el cuadro de la siguiente forma:

Excel spreadsheet showing a French loan amortization table. The spreadsheet includes a title "PRÉSTAMO", input fields for "Capital" (10,000.00), "Interés" (5.75%), and "Períodos" (12). Below is a table with columns for "Período", "Término", "Intereses", "Amortizaciór", "Acumulado", and "Pendiente". The table shows 12 periods of payments of 1,176.48, with the final balance reaching 0.00.

Período	Término	Intereses	Amortizaciór	Acumulado	Pendiente
					10,000.00
1	1	1,176.48	575.00	601.48	9,398.52
2	1	1,176.48	540.42	1,237.54	8,762.46
3	1	1,176.48	503.84	1,910.17	8,089.83
4	1	1,176.48	465.17	2,621.49	7,378.51
5	1	1,176.48	424.26	3,373.70	6,626.30
6	1	1,176.48	381.01	4,169.16	5,830.84
7	1	1,176.48	335.27	5,010.37	4,989.63
8	1	1,176.48	286.90	5,899.94	4,100.06
9	1	1,176.48	235.75	6,840.66	3,159.34
10	1	1,176.48	181.66	7,835.48	2,164.52
11	1	1,176.48	124.46	8,887.49	1,112.51
12	1	1,176.48	63.97	10,000.00	-0.00

# Préstamo francés. El cuadro de amortización

En una hoja de cálculo, definiríamos el cuadro de la siguiente forma:

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "PRÉSTAMO" with the following data:

Período	Término	Intereses	Amortizaci3n Acumulada	Pendiente
				10.000,00
1	1.176,48	575,00	601,48	9.398,52
2	1.176,48	540,42	636,06	8.762,46
3	1.176,48	503,84	672,64	8.089,83
4	1.176,48	465,17	711,31	7.378,51
5	1.176,48	424,26	752,21	6.626,30
6	1.176,48	381,01	795,46	5.830,84
7	1.176,48	335,27	841,20	4.989,63
8	1.176,48	286,90	889,57	4.100,06
9	1.176,48	235,75	940,72	3.159,34
10	1.176,48	181,66	994,81	2.164,52
11	1.176,48	124,46	1.052,02	1.112,51
12	1.176,48	63,97	1.112,51	-0,00

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## Tanto efectivo para el prestatario

El prestatario recibe un efectivo  $C_0$  menor que la cantidad nominal  $C$  entregada por el prestamista, ya que toda operación de préstamo genera unos gastos iniciales  $G_0$  de notario, comisiones, etc. normalmente a cargo del tomador del préstamo o prestatario.

Por otra parte, el prestatario se compromete a entregar el nominal del préstamo  $C$  junto con los intereses mediante pagos a lo largo de la duración  $n$  del préstamo. Si suponemos que el pago de estos términos se realiza a través de una institución financiera que cobra una cantidad  $g$ , en concepto de comisión por la gestión de pago realizada surgen así unos gastos adicionales que tienen el carácter de periódicos.

## Tanto efectivo para el prestatario

Analizando globalmente la operación financiera, el prestatario recibe  $C_0 = C - G_0$ , que devuelve mediante la contraprestación de los términos  $c$  que tienen un costo superior al añadir los gastos  $a(1 + g)$ .

De este modo, la equivalencia financiera será en general:

$$C_0 - G_0 = \sum_{i=1}^n a(1 + i)^{-n}$$

y para términos constantes,

$$C_0 - G_0 = a(1 + g) a_{\overline{n}|i}$$

expresión que permite encontrar el tipo de interés efectivo para el prestatario y que indica el coste financiero real de la operación. ■

# Tanto efectivo para el prestatario

Una empresa solicita un préstamo de una entidad financiera por importe de 50 000 € que se compromete a reembolsar mediante cuotas anuales pospagables durante 3 años a un interés del 5 % revisable anualmente. Los gastos de formalización ascienden al 2 % del nominal de la deuda. En el siguiente año, el interés revisado es del 4,75 %

# Tanto efectivo para el prestatario

Una empresa solicita un préstamo de una entidad financiera por importe de 50 000 € que se compromete a reembolsar mediante cuotas anuales pospagables durante 3 años a un interés del 5 % revisable anualmente. Los gastos de formalización ascienden al 2 % del nominal de la deuda. En el siguiente año, el interés revisado es del 4,75 %

Para obtener el término amortizativo inicial:

$$50\,000 = a a_{\overline{3}|0,05} \quad a = 18\,360,43$$

# Tanto efectivo para el prestatario

Una empresa solicita un préstamo de una entidad financiera por importe de 50 000 € que se compromete a reembolsar mediante cuotas anuales pospagables durante 3 años a un interés del 5 % revisable anualmente. Los gastos de formalización ascienden al 2 % del nominal de la deuda. En el siguiente año, el interés revisado es del 4,75 %

Para obtener el término amortizativo inicial:

$$50\,000 = a a_{\overline{3}|0,05} \quad a = 18\,360,43$$

El interés efectivo para el prestatario, deducidos los gastos :

$$G_0 = 0,02 \cdot 50\,000 = 1\,000$$

# Tanto efectivo para el prestatario

Una empresa solicita un préstamo de una entidad financiera por importe de 50 000 € que se compromete a reembolsar mediante cuotas anuales pospagables durante 3 años a un interés del 5 % revisable anualmente. Los gastos de formalización ascienden al 2 % del nominal de la deuda. En el siguiente año, el interés revisado es del 4,75 %

Para obtener el término amortizativo inicial:

$$50\,000 = a a_{\overline{3}|0,05} \quad a = 18\,360,43$$

El interés efectivo para el prestatario, deducidos los gastos :

$$G_0 = 0,02 \cdot 50\,000 = 1\,000$$

Para la determinación del tipo de interés efectivo  $i$ , con una calculadora, financiera,

$$50\,000 - 1\,000 = 18\,360,43 a_{\overline{3}|i} \quad i = 0,060856$$

# Tanto efectivo para el prestatario

Una empresa solicita un préstamo de una entidad financiera por importe de 50 000 € que se compromete a reembolsar mediante cuotas anuales pospagables durante 3 años a un interés del 5 % revisable anualmente. Los gastos de formalización ascienden al 2 % del nominal de la deuda. En el siguiente año, el interés revisado es del 4,75 %

Para obtener el término amortizativo inicial:

$$50\,000 = a a_{\overline{3}|0,05} \quad a = 18\,360,43$$

El interés efectivo para el prestatario, deducidos los gastos :

$$G_0 = 0,02 \cdot 50\,000 = 1\,000$$

Para la determinación del tipo de interés efectivo  $i$ , con una calculadora, financiera,

$$50\,000 - 1\,000 = 18\,360,43 a_{\overline{3}|i} \quad i = 0,060856$$

Interpolando,

$$a_{\overline{3}|i} = \frac{49\,000}{18\,360,43} = 2,668783 \quad a_{\overline{3}|0,06} = 2,673012 \quad a_{\overline{3}|0,07} = 2,624316$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad \frac{x - 0,06}{0,07 - 0,06} = \frac{2,668783 - 2,673012}{2,624316 - 2,673012}$$

$$x - 0,06 = 0,000868 \quad x = 0,060868 \approx 6,0868\%$$

# Tanto efectivo para el prestatario

El cuadro, lo realizamos considerando el neto percibido y los términos a reembolsar:

$n$	$a$	$I_s$	$A_s$	$M_s$	$C_s$
0					49 000,00
1	18 360,43	2 981,96	15 378,47	15 378,47	33 621,53
2	18 360,43	2 046,08	16 314,35	31 692,82	17 307,18
3	18 360,43	1 053,25	17 307,18	49 000,00	

# Tanto efectivo para el prestatario

La contabilización a la formalización del préstamo:

49 000,00    (57)    Tesorería

a    (170)    Deudas a largo plazo con entidades de crédito    33 621,53

a    (5200)    Préstamos a corto plazo con entidades de crédito    15 378,47

# Tanto efectivo para el prestatario

La contabilización a la formalización del préstamo:

49 000,00	(57)	Tesorería	a	(170)	Deudas a largo plazo con entidades de crédito	33 621,53
			a	(5200)	Préstamos a corto plazo con entidades de crédito	15 378,47

---

Al vencimiento del primer pago:

2 981,96	(662)	Intereses de deudas				
15 378,47	(5200)	Préstamos a corto plazo de entidades de crédito	a	(57)	Tesorería	18 360,43

---

# Tanto efectivo para el prestatario

La contabilización a la formalización del préstamo:

49 000,00	(57)	Tesorería	a	(170)	Deudas a largo plazo con entidades de crédito	33 621,53
			a	(5200)	Préstamos a corto plazo con entidades de crédito	15 378,47
<hr/>			<hr/>			

Al vencimiento del primer pago:

2 981,96	(662)	Intereses de deudas				
15 378,47	(5200)	Préstamos a corto plazo de entidades de crédito	a	(57)	Tesorería	18 360,43
<hr/>			<hr/>			

El capital pendiente tras la primera amortización:

$$C_s = a a_{\overline{n-s}|i}$$

$$C_1 = 18\,360,43 = a a_{\overline{3-1}|0,05}$$

$$C_2 = 34\,139,58$$

# Tanto efectivo para el prestatario

La contabilización a la formalización del préstamo:

49 000,00	(57)	Tesorería	a	(170)	Deudas a largo plazo con entidades de crédito	33 621,53
			a	(5200)	Préstamos a corto plazo con entidades de crédito	15 378,47
<hr/>			<hr/>			

Al vencimiento del primer pago:

2 981,96	(662)	Intereses de deudas	a	(57)	Tesorería	18 360,43
15 378,47	(5200)	Préstamos a corto plazo de entidades de crédito				
<hr/>			<hr/>			

El capital pendiente tras la primera amortización:

$$C_s = a a_{\overline{n-s}|i} \quad C_1 = 18\,360,43 = a a_{\overline{3-1}|0,05} \quad C_2 = 34\,139,58$$

El nuevo término amortizativo, con  $i$  revisado sería:

$$34\,139,58 = a a_{\overline{2}|0,0475} \quad a = 18\,295,41$$

y, el interés efectivo:

$$33\,621,53 = 18\,295,41 a_{\overline{2}|i} \quad i = 0,058326$$

# Tanto efectivo para el prestatario

El nuevo cuadro de amortización:

$n$	$a$	$I_s$	$A_s$	$M_s$	$C_s$
1					33 621,53
2	18 295,41	1 961,01	16 334,40	16 334,40	17 287,12
3	18 295,41	1 008,29	17 287,12	33 621,53	

# Tanto efectivo para el prestatario

El nuevo cuadro de amortización:

$n$	$a$	$I_s$	$A_s$	$M_s$	$C_s$
1					33 621,53
2	18 295,41	1 961,01	16 334,40	16 334,40	17 287,12
3	18 295,41	1 008,29	17 287,12	33 621,53	

La reclasificación tras el pago del primer período sería:

16 334,40	(170)	Deudas a largo plazo con entidades de crédito	a	(5200)	Préstamos a corto plazo de entidades de crédito	16 334,40
<hr/>				<hr/>		

Al vencimiento del segundo pago:

1 961,01	(662)	Intereses de deudas				
16 334,40	(5200)	Préstamos a corto plazo de entidades de crédito	a	(57)	Tesorería	18 295,41
<hr/>				<hr/>		
17 287,12	(170)	Deudas a largo plazo con entidades de crédito	a	(5200)	Préstamos a corto plazo de entidades de crédito	17 287,12
<hr/>				<hr/>		

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## Amortización con términos variables. En progresión geométrica

Se trata de amortizar un capital de cuantía  $C_0$  mediante  $n$  términos amortizativos que varían en progresión geométrica y, en consecuencia, se dará la relación:

$$a_s = a_{s-1} q = a_1 q^{s-1}$$

siendo  $q$  la razón de la progresión, que necesariamente debe ser positiva para satisfacer la exigencia de que sea todo  $a_s > 0$ .

## Amortización con términos variables. En progresión geométrica

Se trata de amortizar un capital de cuantía  $C_0$  mediante  $n$  términos amortizativos que varían en progresión geométrica y, en consecuencia, se dará la relación:

$$a_s = a_{s-1} q = a_1 q^{s-1}$$

siendo  $q$  la razón de la progresión, que necesariamente debe ser positiva para satisfacer la exigencia de que sea todo  $a_s > 0$ .

Deberá verificarse,

$$C_0 = \sum_{s=1}^n a q^{s-1} (1+i)^{-s} = V_0(a, q)_{\overline{n}|i} = a \frac{1 - q^n (1+i)^{-n}}{1+i-q}$$

y por tanto,

$$a = C_0 \frac{1+i-q}{1 - q^n (1+i)^{-n}} > 0 \quad (11)$$

## Amortización con términos variables. En progresión geométrica

La reserva o saldo al principio del año  $s + 1$ ,

$$C_s = V_0(a_{s+1}, q)_{\overline{n-s}|i} = a_{s+1} \frac{1 - (1+i)^{-(n-s)} q^{n-s}}{1+i-q} \quad (12)$$

o bien,

$$C_s = C_{s-1} (1+i) - a_s$$

El resto de magnitudes, las obtenemos de la misma forma que en el método francés.

## Amortización con términos variables. En progresión aritmética

Este sistema plantea la amortización de un capital  $C_0$  mediante términos amortizativos  $a$  variables en progresión aritmética de razón  $d$  y rédito periodal constante, pudiendo ser la razón  $d$  positiva o negativa, si bien en este segundo caso, para evitar términos negativos, deberá verificarse:

$$a + (n - 1)d = a_n > 0$$

La equivalencia en el origen, debe cumplir:

$$C_0 = \sum_{s=1}^n [a + (s - 1)d] (1 + i)^{-s} = V_0(a, d)_{\overline{n}|i} = \left(a + \frac{d}{i}\right) a_{\overline{n}|i} - \frac{dn(1 + i)^{-n}}{i} \quad (13)$$

y, el valor del primer término

$$a = \frac{C_0 i + dn}{i a_{\overline{n}|i}} - \frac{d}{i} - dn \quad (14)$$

## Amortización con términos variables. En progresión aritmética

obteniéndose los restantes valores por la relación  $a_s = a_{s-1} + d$ . Si el valor de  $d$  resulta desconocido, podría obtenerse a partir de:

$$d = \frac{C_0 - a \overline{a_{n|i}}}{\frac{1+i}{i} \overline{a_{n|i}} - \frac{n}{i}}$$

y la reserva o saldo,

$$\begin{aligned} C_s &= V_0(a_{s+1}, d) \overline{a_{n-s|i}} = \left[ a_{s+1} + \frac{d}{i} + d(n-s) \right] \overline{a_{n-s|i}} - \frac{d(n-s)}{i} \\ &= \left( a + \frac{d}{i} + dn \right) \overline{a_{n-s|i}} - \frac{d(n-s)}{i} = \left( C_0 + \frac{dn}{i} \right) \frac{\overline{a_{n-s|i}}}{\overline{a_{n|i}}} - \frac{d(n-s)}{i} \end{aligned} \quad (15)$$

y el capital amortizado y las cuotas de interés los obtendremos como:

$$M_s = C_0 - C_s \qquad I_s = a_s - A_s = C_{s-1} i$$

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## Amortización de cuota de capital constante. Método italiano

Este caso particular, justificado fundamentalmente por su sencillez, nace al exigir que:

$$A_1 = A_2 = \dots = A_n = A$$

y por tanto,

$$C_0 = \sum_{h=1}^n A_h = n A$$

resultando,

$$A = \frac{C_0}{n} \quad (16)$$

En consecuencia, el capital vivo disminuye en progresión aritmética de razón  $A = \frac{C_0}{n}$ .

$$C_s = \sum_{r=s+1}^n A_r = (n - s) A = C_{s-1} - A$$

## Amortización de cuota de capital constante. Método italiano

y el capital amortizado, crece según la misma progresión:

$$M_s = \sum_{r=1}^s A_r = s A = M_{s-1} + A$$

Los intereses se calculan a partir de la deuda pendiente:

$$I_s = C_{s-1} i \quad (17)$$

Los términos amortizativos, son de la forma:

$$a_s = I_s + A = C_{s-1} i_s + A \quad (18)$$

Determinar la anualidad y cuota de amortización primera de un capital de 480 000 € que se amortiza en 6 años por el método de cuotas anuales constantes a un tipo de interés del 9%. Obtener el cuadro de los 3 primeros períodos.

## Amortización de cuota de capital constante. Método italiano

y el capital amortizado, crece según la misma progresión:

$$M_s = \sum_{r=1}^s A_r = s A = M_{s-1} + A$$

Los intereses se calculan a partir de la deuda pendiente:

$$I_s = C_{s-1} i \quad (17)$$

Los términos amortizativos, son de la forma:

$$a_s = I_s + A = C_{s-1} i_s + A \quad (18)$$

Determinar la anualidad y cuota de amortización primera de un capital de 480 000 € que se amortiza en 6 años por el método de cuotas anuales constantes a un tipo de interés del 9%. Obtener el cuadro de los 3 primeros períodos.

$$A = \frac{C_0}{n} = \frac{480\,000}{6} = 80\,000$$

Utilizando (17),

$$I_1 = C_0 i \quad I_1 = 480\,000 \cdot 0,09 = 43\,200$$

y por tanto,

$$a_1 = A_1 + I_1 \quad a_1 = 80\,000 + 43\,200 = 123\,200$$

# Amortización de cuota de capital constante. Método italiano

Para construir el cuadro, obtenemos en primer lugar la cuota de amortización  $A$ . A continuación, el total amortizado  $M_s$  y la deuda pendiente  $C_s$ . A partir de esta, podemos calcular las cuotas de interés  $I_s$  y finalmente los términos  $a_s$

$n$	$a_s$	$I_s$	$A$	$M_s$	$C_s$
0					480 000
1	123 200	43 200	80 000	80 000	400 000
2	116 000	36 000	80 000	160 000	320 000
3	108 800	28 800	80 000	240 000	240 000

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

Se designa con este nombre a la operación de amortización con intereses prepagables, mediante términos amortizativos constantes  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = a$ , siendo el rédito de capitalización  $i_s^*$  constante para todos los períodos  $i_s^* = i^*$ . También se conoce este caso particular como método de la Europa central o centroeuropeo.

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

Se designa con este nombre a la operación de amortización con intereses prepagables, mediante términos amortizativos constantes  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = a$ , siendo el rédito de capitalización  $i_s^*$  constante para todos los períodos  $i_s^* = i^*$ . También se conoce este caso particular como método de la Europa central o centroeuropeo. En esta operación, el prestatario, a cambio de la prestación, paga en el momento de concertar el préstamo los intereses que devenga durante el primer período y, además, al término de cada período, un término amortizativo, que comprende la cuota de amortización del período y la cuota de intereses del período siguiente sobre el capital vivo.

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

Se designa con este nombre a la operación de amortización con intereses prepagables, mediante términos amortizativos constantes  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = a$ , siendo el rédito de capitalización  $i_s^*$  constante para todos los períodos  $i_s^* = i^*$ . También se conoce este caso particular como método de la Europa central o centroeuropeo. En esta operación, el prestatario, a cambio de la prestación, paga en el momento de concertar el préstamo los intereses que devenga durante el primer período y, además, al término de cada período, un término amortizativo, que comprende la cuota de amortización del período y la cuota de intereses del período siguiente sobre el capital vivo.

Si relacionamos  $i^*$  como interés anticipado con  $i$ ,

$$i^* = \frac{i}{1+i} \qquad i = \frac{i^*}{1-i^*}$$

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

Se designa con este nombre a la operación de amortización con intereses prepagables, mediante términos amortizativos constantes  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = a$ , siendo el rédito de capitalización  $i_s^*$  constante para todos los períodos  $i_s^* = i^*$ . También se conoce este caso particular como método de la Europa central o centroeuropeo. En esta operación, el prestatario, a cambio de la prestación, paga en el momento de concertar el préstamo los intereses que devenga durante el primer período y, además, al término de cada período, un término amortizativo, que comprende la cuota de amortización del período y la cuota de intereses del período siguiente sobre el capital vivo.

Si relacionamos  $i^*$  como interés anticipado con  $i$ ,

$$i^* = \frac{i}{1+i} \qquad i = \frac{i^*}{1-i^*}$$

La ecuación de equivalencia en el origen  $C_0^*$ , es:

$$C_0^* = a \sum_{s=1}^n (1-i^*)^{s-1} = a \frac{1-(1-i^*)^n}{i^*} = a a_{\overline{n}|i^*}$$

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

Para calcular la anualidad, basta despejar  $a$  obteniéndose:

$$a = C_0^* \frac{i^*}{1 - (1 - i^*)^n} = \frac{C_0^*}{a_{\overline{n}|i^*}} \quad (19)$$

Las cuotas de intereses,

$$I_{s+1}^* = C_s^* i^* = a - A_s^* \quad (20)$$

siendo,

$$a_s = A_s + I_s$$

de la que se sigue:

$$A_s^* = A_{s+1}^* - (C_s^* - C_{s+1}^*) i^* = A_{s+1}^* (1 - i^*) = A_n^* (1 - i^*)^{n-s} = a (1 - i^*)^{n-s} \quad (21)$$

fórmula que relaciona una cuota de amortización con sus posteriores. Al ser  $A_n^* = a$ , el cálculo de los restantes, es automático.

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

El capital vivo en un determinado momento  $s$ , es:

$$\begin{aligned}C_s^* &= \sum_{r=s+1}^n A_r^* = A_{s+1}^* + A_{s+2}^* + \dots + A_{n-1}^* + A_n^* = \\&= A_n^*(1 - i^*)^{n-(s+1)} + A_n^*(1 - i^*)^{n-(s+2)} + \dots + A_n^*(1 - i^*) + A_n^* = \\&= A_n^* \frac{1 - (1 - i^*)^{n-s}}{i^*} = a \frac{1 - (1 - i^*)^{n-s}}{i^*} = C_0^* \frac{1 - (1 - i^*)^{n-s}}{1 - (1 - i^*)^n} \\&= a a_{\overline{n-s}|i^*}^*\end{aligned} \tag{22}$$

y para el capital amortizado:

$$M_s^* = C_0^* - C_s^* = C_0^* \left( 1 - \frac{1 - (1 - i^*)^{n-s}}{1 - (1 - i^*)^n} \right) = C_0^* \frac{s \overline{s}|i^*}{\overline{n}|i^*} \tag{23}$$

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

En un préstamo alemán, de cuantía  $C_0^* = 750\,000$ ,  $i^* = 0,10$  y 12 años de duración, determinar: la anualidad, cuota de amortización del cuarto año, cuota de intereses del séptimo y capital vivo al principio del cuarto año.

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

En un préstamo alemán, de cuantía  $C_0^* = 750\,000$ ,  $i^* = 0,10$  y 12 años de duración, determinar: la anualidad, cuota de amortización del cuarto año, cuota de intereses del séptimo y capital vivo al principio del cuarto año.

La anualidad,

$$a = 750\,000 \frac{0,1}{1 - (1 - 0,1)^{12}} = 104\,519,35$$

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

En un préstamo alemán, de cuantía  $C_0^* = 750\,000$ ,  $i^* = 0,10$  y 12 años de duración, determinar: la anualidad, cuota de amortización del cuarto año, cuota de intereses del séptimo y capital vivo al principio del cuarto año.

La anualidad,

$$a = 750\,000 \frac{0,1}{1 - (1 - 0,1)^{12}} = 104\,519,35$$

La cuota de amortización del cuarto año:

$$A_4^* = 104\,519,35 (1 - 0,10)^{12-4} = 44\,992,15$$

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

En un préstamo alemán, de cuantía  $C_0^* = 750\,000$ ,  $i^* = 0,10$  y 12 años de duración, determinar: la anualidad, cuota de amortización del cuarto año, cuota de intereses del séptimo y capital vivo al principio del cuarto año.

La anualidad,

$$a = 750\,000 \frac{0,1}{1 - (1 - 0,1)^{12}} = 104\,519,35$$

La cuota de amortización del cuarto año:

$$A_4^* = 104\,519,35 (1 - 0,10)^{12-4} = 44\,992,15$$

Los intereses del séptimo año:

$$I_7^* = C_6^* i^* \quad C_6^* = a \frac{1 - (1 - i^*)^{n-s}}{i^*}$$
$$I_7^* = 104\,519,35 \frac{1 - (1 - 0,10)^{12-6}}{0,10} = 48\,973,48$$

## Préstamo alemán o «anticipativenzisen»

En un préstamo alemán, de cuantía  $C_0^* = 750\,000$ ,  $i^* = 0,10$  y 12 años de duración, determinar: la anualidad, cuota de amortización del cuarto año, cuota de intereses del séptimo y capital vivo al principio del cuarto año.

La anualidad,

$$a = 750\,000 \frac{0,1}{1 - (1 - 0,1)^{12}} = 104\,519,35$$

La cuota de amortización del cuarto año:

$$A_4^* = 104\,519,35 (1 - 0,10)^{12-4} = 44\,992,15$$

Los intereses del séptimo año:

$$I_7^* = C_6^* i^* \quad C_6^* = a \frac{1 - (1 - i^*)^{n-s}}{i^*}$$
$$I_7^* = 104\,519,35 \frac{1 - (1 - 0,10)^{12-6}}{0,10} = 48\,973,48$$

El capital vivo al principio del cuarto año:

$$C_4^* = 104\,519,35 \frac{1 - (1 - 0,10)^{12-4}}{0,10} = 595\,271,97$$

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 **Amortización con intereses fraccionados**
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## Amortización con intereses fraccionados

La operación de amortización consta de una prestación única  $C_0$  y una contraprestación múltiple formada por  $n$  términos amortizativos.

El fraccionamiento de intereses consiste en dividir cada uno de los intervalos de  $n$  en  $m$  subperíodos, sustituyendo en este caso la correspondiente cuota de intereses  $I_s$  con vencimiento en  $s$  por las  $m$  cuotas de interés con vencimiento al final de cada uno de los respectivos subperíodos de  $m$ , siendo  $i^{(m)}$  el rédito correspondiente al subperíodo. En consecuencia, cada término  $a_s$ , queda sustituido por el conjunto de  $m$  términos  $a_{sm}$ .

Se trata en realidad de la amortización de  $C_0$  mediante  $nm$  términos amortizativos, de tal forma que es nula la cuota de amortización de todos los términos que ocupan un lugar no múltiplo de  $m$ .

Para la obtención del cuadro de amortización con fraccionamiento en el pago de los intereses, el número de filas se multiplicará por  $m$  para recoger la situación de cada una de las variables en los nuevos puntos de vencimiento. ■

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

## Carencia

El período de carencia  $t$  constituye un tiempo en el que no se produce la amortización del préstamo.

La carencia puede ser total, período en el cual no se abona ninguna cantidad y los intereses que se generan se suman al capital para amortizarse al final de la misma. En este caso, la deuda se ve incrementada por los intereses capitalizados al tipo correspondiente.

$$C'_0 = C_0 (1 + i)^t$$

En la carencia parcial, más habitual, se abonan solo los intereses durante el período de la misma.

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Contratamos un préstamo de 74 000€ amortizable mensualmente por el sistema francés en 20 años al 3,3% de interés. Se nos concede una carencia total de 1 año. Determinar el término amortizativo.

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Contratamos un préstamo de 74 000€ amortizable mensualmente por el sistema francés en 20 años al 3,3% de interés. Se nos concede una carencia total de 1 año. Determinar el término amortizativo.

$$C_0 (1 + i_m)^{n m} = a \overline{a}_{\overline{n m}|i_m} \quad 74\,000 (1 + 0,002750)^{12} = a \overline{a}_{\overline{228}|0,002750} \quad a = 451,96$$

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

## Tipo de interés variable

En el mercado de préstamos, conocido también como «*lending*» existen operaciones a tipo fijo, si bien lo habitual es que el tipo de interés sea variable, revisable o una combinación de ambos.

En estos préstamos, las entidades suelen fijar el tipo de interés sobre un índice financiero (el Euribor, IRPH, etc.) que denominamos  $i_b$  al que se le suma un diferencial *spread*  $i_s$  que varía entre entidades y clientes y fijan una fecha periódica (anual o semestral) de revisión del tipo de interés.

$$i = i_b + i_s$$

En consecuencia, hablaremos de  $i, i', i'', \dots, i^k$  como diferentes tipos de interés aplicables a la operación financiera.

En la operación a tipo variable, se marcan fechas de revisión (anual, semestral, etc.).

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000€ amortizable mensualmente con términos iguales en 20 años al 3,3 % de interés. A los 12 meses, se modifica el tipo de interés al 3,36 %. Determinar el nuevo término amortizativo.

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000 € amortizable mensualmente con términos iguales en 20 años al 3,3 % de interés. A los 12 meses, se modifica el tipo de interés al 3,36 %. Determinar el nuevo término amortizativo.

Inicialmente, el término amortizativo, sería,

$$C_0 = a \overline{a_{\overline{n}|i_m}} \quad 74\,000 = a \overline{a_{\overline{240}|0,00275}} \quad a = 421,60$$

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000€ amortizable mensualmente con términos iguales en 20 años al 3,3 % de interés. A los 12 meses, se modifica el tipo de interés al 3,36 %. Determinar el nuevo término amortizativo.

Inicialmente, el término amortizativo, sería,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i_m} \quad 74\,000 = a a_{\overline{240}|0,00275} \quad a = 421,60$$

El capital pendiente tras 12 meses, sería,

$$C_{12} = 421,60 a_{\overline{240-12}|0,00275} \quad C_{12} = 71\,342,10$$

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000 € amortizable mensualmente con términos iguales en 20 años al 3,3 % de interés. A los 12 meses, se modifica el tipo de interés al 3,36 %. Determinar el nuevo término amortizativo.

Inicialmente, el término amortizativo, sería,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i_m} \quad 74\,000 = a a_{\overline{240}|0,00275} \quad a = 421,60$$

El capital pendiente tras 12 meses, sería,

$$C_{12} = 421,60 a_{\overline{240-12}|0,00275} \quad C_{12} = 71\,342,10$$

El nuevo término, tras el cambio de tipo de  $i$ ,

$$71\,342,10 = a a_{\overline{228}|0,0028} \quad a = 423,76$$

## Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

En el momento  $s$ , el nuevo término amortizativo  $a'$ , sería:

$$C_s = a_{s+1}(1+i)^{-1} + a_{s+2}(1+i)^{-2} + \dots + a_n(1+i)^{-n+s} = \sum_{h=s+1}^n a_h(1+i)^{-h+s}$$
$$C_s = \sum_{h=s+1}^n a'_h(1+i)^{-h+s} \quad (24)$$

■

Elegir entre un préstamo a tipo fijo o variable depende del perfil del tomador y de su capacidad para negociar, aunque en determinados casos las condiciones vienen impuestas y no son negociables.

Una segunda opción podría ser mantener el término amortizativo constante, pero aumentar o disminuir el número de períodos. En este caso, obtendríamos el número de períodos de la expresión anterior.

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

## Cancelación anticipada de un préstamo

La cancelación anticipada de un préstamo supone amortizarlo antes del tiempo convenido, modificando de este modo las condiciones establecidas en el contrato. Esta alteración de las condiciones pactadas debe venir recogida en el contrato y normalmente, la cancelación parcial o total del préstamo suele tener una comisión que se aplica sobre la cantidad amortizada anticipadamente. Esta comisión puede tener también un importe mínimo.

Financieramente, supone calcular el capital pendiente en el momento de la cancelación anticipada  $C_s$ , al que hay que restar la cantidad amortizada de forma anticipada  $A_a$  y que nos sirve para determinar el nuevo término amortizativo sobre el capital pendiente  $C_s - A_a$ .

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000 € amortizable mensualmente por el sistema francés en 20 años al 3,3 % de interés.

Transcurridos 2 años, decidimos hacer una cancelación anticipada de 4 500 € por la que la entidad nos aplicará una comisión del 1 %. Determinar la cuantía de la misma y el nuevo término amortizativo.

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000 € amortizable mensualmente por el sistema francés en 20 años al 3,3 % de interés.

Transcurridos 2 años, decidimos hacer una cancelación anticipada de 4 500 € por la que la entidad nos aplicará una comisión del 1 %. Determinar la cuantía de la misma y el nuevo término amortizativo.

El término amortizativo, sería,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i} \quad 74\,000 = a a_{\overline{240}|0,00275} \quad a = 421,60$$

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000 € amortizable mensualmente por el sistema francés en 20 años al 3,3 % de interés.

Transcurridos 2 años, decidimos hacer una cancelación anticipada de 4 500 € por la que la entidad nos aplicará una comisión del 1 %. Determinar la cuantía de la misma y el nuevo término amortizativo.

El término amortizativo, sería,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i} \quad 74\,000 = a a_{\overline{240}|0,00275} \quad a = 421,60$$

El capital pendiente tras 2 años ó 24 pagos,

$$C_{24} = 421,60 a_{\overline{216}|0,00275} \quad C_{24} = 68\,596,57$$

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000€ amortizable mensualmente por el sistema francés en 20 años al 3,3% de interés.

Transcurridos 2 años, decidimos hacer una cancelación anticipada de 4 500€ por la que la entidad nos aplicará una comisión del 1%. Determinar la cuantía de la misma y el nuevo término amortizativo.

El término amortizativo, sería,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i} \quad 74\,000 = a a_{\overline{240}|0,00275} \quad a = 421,60$$

El capital pendiente tras 2 años ó 24 pagos,

$$C_{24} = 421,60 a_{\overline{216}|0,00275} \quad C_{24} = 68\,596,57$$

La cuantía de la amortización anticipada,

$$A_a = 4\,500 - 4\,500 \cdot 0,01 = 4\,455$$

# Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo

Tenemos contratado un préstamo de 74 000€ amortizable mensualmente por el sistema francés en 20 años al 3,3% de interés.

Transcurridos 2 años, decidimos hacer una cancelación anticipada de 4 500€ por la que la entidad nos aplicará una comisión del 1%. Determinar la cuantía de la misma y el nuevo término amortizativo.

El término amortizativo, sería,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i} \quad 74\,000 = a a_{\overline{240}|0,00275} \quad a = 421,60$$

El capital pendiente tras 2 años ó 24 pagos,

$$C_{24} = 421,60 a_{\overline{216}|0,00275} \quad C_{24} = 68\,596,57$$

La cuantía de la amortización anticipada,

$$A_a = 4\,500 - 4\,500 \cdot 0,01 = 4\,455$$

Y el término tras la amortización anticipada,

$$C_{24} - A_a = 68\,596,57 - 4\,455 = 64\,141,57 \quad a = \frac{64\,141,57}{a_{\overline{216}|0,00275}} \quad a = 394,22$$

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

## Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad

En una operación de amortización de prestación y contraprestación en base a una ley financiera, puede establecerse en un momento  $s$  la conveniencia o no de una rescisión anticipada de la operación o transferencia a terceras personas de los derechos u obligaciones futuras.

En base a esto, definimos el *valor financiero del préstamo* en un determinado punto  $s$  como el valor actualizado de los términos futuros calculado con una ley financiera externa.

El valor financiero en  $s$  de cada uno de estos derechos parciales, en base a la nueva ley de valoración recibe el nombre de *valor financiero del usufructo* y *valor financiero de la nuda propiedad*.

## Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad

El valor financiero del usufructo,  $\mathcal{U}_s$ , es el valor actual de los intereses pendientes  $I_r$  al nuevo tipo de interés de mercado  $i'_h$ ,

$$\mathcal{U}_s = \frac{I_{r-1}}{(1+i'_h)} + \frac{I_{r-2}}{(1+i'_h)^2} + \cdots + \frac{I_r}{(1+i'_h)^{n-r}} = \sum_{r=s+1}^n \frac{I_r}{(1+i'_h)^{r-s}}$$

$$\mathcal{U}_s = \sum_{r=s+1}^n C_{r-1} i_r \prod_{n=s+1}^r (1+i'_h)^{-1}$$

## Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad

El valor financiero de la nuda propiedad,  $\mathcal{N}_s$ , es el resultado de actualizar al tanto de mercado  $i'_h$  todas las cuotas de amortización  $A_r$  pendientes,

$$\mathcal{N}_s = \frac{A_{r-1}}{(1+i'_h)} + \frac{A_{r-2}}{(1+i'_h)^2} + \dots + \frac{A_r}{(1+i'_h)^{n-r}} = \sum_{r=s+1}^n \frac{A_r}{(1+i'_h)^{r-s}}$$

$$\mathcal{N}_s = \sum_{r=s+1}^n A_r \prod_{n=s+1}^r (1+i'_h)^{-1}$$

siendo el valor financiero del préstamo o pleno dominio, la suma de los valores financieros del usufructo y de la nuda propiedad, esto es:  $a_r = I_r + A_r$ ,

$$\mathcal{V}_s = \mathcal{U}_s + \mathcal{N}_s$$

que representa la cantidad que el deudor tendrá que pagar para cancelar la deuda o, desde el punto de vista del prestamista, lo que debería recibir por transferir los derechos en las condiciones actuales del mercado.

## Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Caso particular. La fórmula de Achard

Si los réditos periodales de la operación son constantes e iguales respectivamente a  $i$  e  $i'$ , las expresiones del capital vivo, valor del préstamo, usufructo y nuda propiedad en  $s$ , serían:

La cuantía del capital vivo,

$$C_s = \sum_{r=s+1}^n a_r (1+i)^{-(r-s)}$$

el valor financiero del préstamo,

$$V_s = \sum_{r=s+1}^n a_r (1+i')^{-(r-s)}$$

el valor financiero del usufructo,

$$U_s = \sum_{r=s+1}^n C_{r-1} i (1+i')^{-(r-s)}$$

## Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Caso particular. La fórmula de Achard

y el valor financiero de la nuda propiedad,

$$\mathcal{N}_s = \sum_{r=s+1}^n A_r (1+i')^{-(r-s)}$$

En estas condiciones, el valor de  $\mathcal{V}_s$  y  $\mathcal{N}_s$  verifican la siguiente relación:

$$\mathcal{U}_s = \frac{i}{i'} [C_s - \mathcal{N}_s] \quad (25)$$

denominada *fórmula de Achard*

## Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Caso particular. La fórmula de Achard

La fórmula de Achard permite plantear un sistema de dos ecuaciones lineales que relacionan los cuatro valores básicos:

$$\begin{cases} \mathcal{V}_s &= \mathcal{U}_s + \mathcal{N}_s \\ \mathcal{U}_s &= \frac{i}{i'} [C_s - \mathcal{N}_s] \end{cases} \quad (26)$$

Al sustituir la segunda ecuación en la primera:

$$\mathcal{V}_s = \frac{i}{i'} [C_s - \mathcal{N}_s] + \mathcal{N}_s \quad (27)$$

conocida como *fórmula de Makeham*.

# Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

## Préstamo americano

En base a la fórmula de Achard y Makeham pueden obtenerse los valores:

$$C_s = C_0$$

$$\mathcal{N}_s = C_0(1 + i')^{-(n-s)}$$

$$\mathcal{U}_s = C_0 i a_{\overline{n-s}|i'} = \frac{i}{i'} [C_0 - \mathcal{N}_s]$$

$$\mathcal{V}_s = C_0 i a_{\overline{n-s}|i'} + C_0(1 + i')^{-(n-s)}$$

# Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

## Préstamo francés

En este caso,

$$C_s = a a_{\overline{n-s}|i}$$

$$\mathcal{V}_s = a a_{\overline{n-s}|i'}$$

y a través del sistema (25) se determinarán  $\mathcal{U}_s$  y  $\mathcal{N}_s$

$$\mathcal{U}_s = \frac{i(\mathcal{V}_s - C_s)}{i - i'} = \frac{i a (a_{\overline{n-s}|i'} - a_{\overline{n-s}|i})}{i - i'}$$

si despejamos  $\mathcal{N}_s$ ,

$$\mathcal{N}_s = \frac{i C_s - i' \mathcal{V}_s}{i - i'} = \frac{a (i a_{\overline{n-s}|i} - i' a_{\overline{n-s}|i'})}{i - i'}$$

# Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

## Préstamo con cuota de amortización constante

Por ser  $A_s = A = \frac{C_0}{n}$  para todo  $s$ ,

$$C_s = (n - s) A$$

y

$$\mathcal{N}_s = A a_{\overline{n-s}|i'}$$

Aplicando la fórmula de Achard, se obtiene  $\mathcal{U}_s$

$$\mathcal{U}_s = \frac{i}{i'} [(n - s) A - A a_{\overline{n-s}|i'}] = A \frac{i}{i'} [(n - s) - a_{\overline{n-s}|i'}]$$

y

$$\mathcal{V}_s = \mathcal{U}_s + \mathcal{N}_s$$

# Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

Se concede un préstamo de 100 000 € para ser amortizado en 10 años al 5 %. Si al inicio del quinto año el tipo de interés del mercado es del 7 %, determinar el valor del préstamo, del usufructo y de la nuda propiedad en los supuestos de que se haya aplicado el método de amortización americano, francés o de cuota de amortización constante.

# Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

Se concede un préstamo de 100 000 € para ser amortizado en 10 años al 5 %. Si al inicio del quinto año el tipo de interés del mercado es del 7 %, determinar el valor del préstamo, del usufructo y de la nuda propiedad en los supuestos de que se haya aplicado el método de amortización americano, francés o de cuota de amortización constante.

Método americano,

$$C_4 = C_0 = 100\,000$$

$$U_4 = 100\,000 \cdot 0,05 \cdot a_{\overline{10-4}|0,07}$$

$$U_4 = 100\,000 \cdot 0,05 \cdot 4,766540 = 23\,832,70$$

$$N_4 = C_0(1 + 0,07)^{-(10-4)} = 66\,634,22$$

$$V_4 = U_4 + N_4 = 23\,832,70 + 66\,634,22 = 90\,466,92$$

# Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

Método francés,

$$100\,000 = a a_{\overline{10}|0,05} \quad a = 12\,950,46$$

$$C_4 = 12\,950,46 a_{\overline{10-4}|0,05} = 65\,732,55$$

$$V_4 = 12\,950,46 a_{\overline{10-4}|0,07} = 61\,728,88$$

$$\left. \begin{aligned} V_s &= U_s + N_s \\ U_s &= \frac{i}{i'} [C_s - N_s] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 61\,728,88 &= U_4 + N_4 \\ U_4 &= \frac{0,05}{0,07} [65\,732,55 - N_4] \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{61\,728,88 - 46\,951,82}{0,285714} = N_4 = 51\,719,71$$

$$61\,728,88 - 51\,719,71 = U_4 = 10\,009,17$$

# Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad. Aplicación a los métodos de amortización más utilizados

Método de cuota de amortización constante,

$$C_4 = (10 - 4) \frac{100\,000}{10} = 60\,000$$

$$\mathcal{N}_4 = 10\,000 a_{\overline{10-4}|0,07} = 47\,665,40$$

$$\mathcal{U}_4 = \frac{0,05}{0,07} [6 \cdot 10\,000 - 10\,000 a_{\overline{10-4}|0,07}] = \frac{0,05}{0,07} [60\,000 - 47\,665,40] = 8\,810,43$$

$$\mathcal{V}_4 = \mathcal{U}_4 + \mathcal{N}_4 = 8\,810,43 + 47\,665,40 = 56\,475,83$$

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

## Venta de la nuda propiedad

La hipoteca inversa es un producto financiero que consiste en un préstamo o crédito de prestación  $C_0$  y reembolso único  $C_n$  con garantía hipotecaria destinado a personas mayores de 65 años o dependientes que les permite obtener liquidez a partir de su patrimonio inmobiliario sin perder la propiedad.

Por tanto, se puede disponer de un crédito sobre la vivienda utilizando ésta como garantía. Las cantidades se pueden percibir en forma de un importe único al inicio, como mensualidades, o una combinación, es decir, una cantidad inicial más una periódica (habitualmente mensual). En todo caso, el solicitante, mantiene la propiedad y el usufructo de la vivienda.

Por sus características, no hay cuotas de amortización, es decir, no hay que hacer devoluciones periódicas, sino únicamente tras el fallecimiento o cuando se decida libremente. Frecuentemente, los tipos de interés aplicados, son superiores a los establecidos en la hipoteca normal.

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Está regulada por la **Ley 41/2007** para promover el desarrollo de un mercado de hipotecas inversas que permitan a los mayores utilizar parte de su patrimonio inmobiliario para aumentar su renta.

## **Venta de la nuda propiedad**

La venta de la nuda propiedad, es una operación financiera que permite al vendedor obtener liquidez y seguir como usufructuario de la vivienda. El interesado, vende la nuda propiedad  $\mathcal{N}_s$ , y conserva el usufructo  $\mathcal{U}_s$ , a cambio de un precio, cuyo importe se recibe normalmente íntegro el día de la firma. Tras el fallecimiento, el comprador se queda con el inmueble. Puede convertirse en una renta mediante un plan de seguro, percibiendo las cantidades  $a$  periódicamente.

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Determinar el valor obtenido en una hipoteca inversa si la tasación de la vivienda es de 307 885 €, el crédito se concede por el 50 %, se aplica un interés del 6 % y se estiman 20 años.

Si con el importe obtenido se contrata un plan de seguro para obtener una renta temporal de 12 años o vitalicia, determinar el importe mensual de la misma si la rentabilidad estimada es del 1,5 %. Obtener igualmente la mensualidad vitalicia si se decide percibir el 50 % al inicio.

Calcular la renta percibida en el supuesto de la venta de la nuda propiedad.

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Determinar el valor obtenido en una hipoteca inversa si la tasación de la vivienda es de 307 885 €, el crédito se concede por el 50 %, se aplica un interés del 6 % y se estiman 20 años.

Si con el importe obtenido se contrata un plan de seguro para obtener una renta temporal de 12 años o vitalicia, determinar el importe mensual de la misma si la rentabilidad estimada es del 1,5 %. Obtener igualmente la mensualidad vitalicia si se decide percibir el 50 % al inicio.

Calcular la renta percibida en el supuesto de la venta de la nuda propiedad.

El valor obtenido, sería,

$$C_n = C_0 (1 + i)^n \qquad 153\,942,50 = C_0 (1 + 0,06)^{20}$$

$$C_0 = \frac{153\,942,50}{(1 + 0,06)^{20}} \qquad C_0 = 48\,000$$

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Determinar el valor obtenido en una hipoteca inversa si la tasación de la vivienda es de 307 885 €, el crédito se concede por el 50 %, se aplica un interés del 6 % y se estiman 20 años.

Si con el importe obtenido se contrata un plan de seguro para obtener una renta temporal de 12 años o vitalicia, determinar el importe mensual de la misma si la rentabilidad estimada es del 1,5 %. Obtener igualmente la mensualidad vitalicia si se decide percibir el 50 % al inicio.

Calcular la renta percibida en el supuesto de la venta de la nuda propiedad.

El valor obtenido, sería,

$$C_n = C_0 (1 + i)^n \quad 153\,942,50 = C_0 (1 + 0,06)^{20}$$
$$C_0 = \frac{153\,942,50}{(1 + 0,06)^{20}} \quad C_0 = 48\,000$$

Contratando un plan de seguros, la mensualidad la obtendríamos en el caso de temporal a 12 años como,

$$C_0 = a \overline{a}_{n|i} \quad a = \frac{48\,000}{\overline{a}_{\overline{12}|0,01250}} \quad a = 364,44$$

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Determinar el valor obtenido en una hipoteca inversa si la tasación de la vivienda es de 307 885 €, el crédito se concede por el 50 %, se aplica un interés del 6 % y se estiman 20 años.

Si con el importe obtenido se contrata un plan de seguro para obtener una renta temporal de 12 años o vitalicia, determinar el importe mensual de la misma si la rentabilidad estimada es del 1,5 %. Obtener igualmente la mensualidad vitalicia si se decide percibir el 50 % al inicio.

Calcular la renta percibida en el supuesto de la venta de la nuda propiedad.

El valor obtenido, sería,

$$C_n = C_0 (1 + i)^n \quad 153\,942,50 = C_0 (1 + 0,06)^{20}$$
$$C_0 = \frac{153\,942,50}{(1 + 0,06)^{20}} \quad C_0 = 48\,000$$

Contratando un plan de seguros, la mensualidad la obtendríamos en el caso de temporal a 12 años como,

$$C_0 = a \overline{a}_{n|i} \quad a = \frac{48\,000}{\overline{a}_{\overline{12}|0,01250}} \quad a = 364,44$$

o en el supuesto de vitalicia,

$$C_0 = a \overline{a}_{\infty|i} \quad a = \frac{48\,000}{\overline{0,01250}} \quad a = 60$$

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Si optáramos por percibir 24 000 € al inicio, más una mensualidad en las mismas condiciones,

$$a = \frac{24\,000}{a_{\overline{144}|0,001250}} \quad a = 182,22$$

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Si optáramos por percibir 24 000 € al inicio, más una mensualidad en las mismas condiciones,

$$a = \frac{24\,000}{a_{\overline{144}|0,001250}} \qquad a = 182,22$$

y en el supuesto de vitalicia,

$$a = \frac{24\,000}{\frac{1}{0,001250}} \qquad a = 30$$

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Si optáramos por percibir 24 000 € al inicio, más una mensualidad en las mismas condiciones,

$$a = \frac{24\,000}{a_{\overline{144}|0,001250}} \qquad a = 182,22$$

y en el supuesto de vitalicia,

$$a = \frac{24\,000}{\frac{1}{0,001250}} \qquad a = 30$$

Si se trata de la venta de la nuda propiedad, estimaríamos inicialmente el valor del usufructo de acuerdo con la normativa. Teniendo en cuenta la edad de 70 años, se consideraría este del 20%. Por tanto el valor de la nuda propiedad, sería  $\mathcal{N}_s = 307\,885 - 0,2 \cdot 307\,885 = 246\,308$ , y en consecuencia, la renta percibida, la obtendríamos,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i} \qquad 246\,308 = a a_{\overline{144}|0,001250}$$

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Si optáramos por percibir 24 000 € al inicio, más una mensualidad en las mismas condiciones,

$$a = \frac{24\,000}{a_{\overline{144}|0,001250}} \qquad a = 182,22$$

y en el supuesto de vitalicia,

$$a = \frac{24\,000}{\frac{1}{0,001250}} \qquad a = 30$$

Si se trata de la venta de la nuda propiedad, estimaríamos inicialmente el valor del usufructo de acuerdo con la normativa. Teniendo en cuenta la edad de 70 años, se consideraría este del 20%. Por tanto el valor de la nuda propiedad, sería  $\mathcal{N}_s = 307\,885 - 0,2 \cdot 307\,885 = 246\,308$ , y en consecuencia, la renta percibida, la obtendríamos,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i} \qquad 246\,308 = a a_{\overline{144}|0,001250}$$

$$a = \frac{246\,308}{a_{\overline{144}|0,001250}} \qquad a = 1\,870,10$$

# Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad

Si optáramos por percibir 24 000 € al inicio, más una mensualidad en las mismas condiciones,

$$a = \frac{24\,000}{a_{\overline{144}|0,001250}} \quad a = 182,22$$

y en el supuesto de vitalicia,

$$a = \frac{24\,000}{\frac{1}{0,001250}} \quad a = 30$$

Si se trata de la venta de la nuda propiedad, estimaríamos inicialmente el valor del usufructo de acuerdo con la normativa. Teniendo en cuenta la edad de 70 años, se consideraría este del 20%. Por tanto el valor de la nuda propiedad, sería  $\mathcal{N}_s = 307\,885 - 0,2 \cdot 307\,885) = 246\,308$ , y en consecuencia, la renta percibida, la obtendríamos,

$$C_0 = a a_{\overline{n}|i} \quad 246\,308 = a a_{\overline{144}|0,001250}$$

$$a = \frac{246\,308}{a_{\overline{144}|0,001250}} \quad a = 1\,870,10$$

o si fuera vitalicia como,

$$a = \frac{246\,308}{\frac{1}{0,001250}} \quad a = 307,88$$

- 1 Operación de constitución. Elementos de la constitución
- 2 Préstamos: conceptos básicos. Clasificación
  - Clasificación
- 3 Préstamos amortizables con reembolso único
  - Reembolso único
  - Reembolso único con fondo de amortización
  - Reembolso único y pago periódico de intereses. Préstamo americano
  - Préstamo americano
  - Préstamo americano con fondo de amortización «sinking fund»
- 4 Préstamo francés
  - Anualidad. Capital pendiente. Cuotas de amortización
  - Capital amortizado, cuotas de interés
  - El cuadro de amortización
- 5 Tanto efectivo para el prestatario
- 6 Amortización con términos variables
  - En progresión geométrica
  - En progresión aritmética
- 7 Amortización de cuota de capital constante. Método italiano
- 8 Préstamo alemán o «anticipativenzisen»
- 9 Amortización con intereses fraccionados
- 10 Carencia, interés variable y cancelación anticipada de un préstamo
- 11 Valor financiero del préstamo, usufructo y nuda propiedad
  - Caso particular. La fórmula de Achard
  - Aplicación a los métodos de amortización más utilizados
- 12 Hipoteca inversa, venta de la nuda propiedad
- 13 Gestión Financiera

Gracias por su atención